A

(۱۳) نمره [illegible]

$$\frac{a}{\sin\hat A}=\frac{b}{\sin\hat B}=\frac{c}{\sin\hat C} \Rightarrow \frac{\overset{۲}{\cancel{۲۰}}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۲۰\sqrt{۶}}{\sin\hat B}$$

$(\hat B+\hat C=۱۲۰ \Rightarrow \hat A=۶۰ \Rightarrow \sin\hat A=\frac{\sqrt{۳}}{۲})$ ①

$\Rightarrow \sin\hat B=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{\hat B=۳۰}$ یا $\hat B=۱۵۰^\circ$ غ ق ق

$\sin B' = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow B' = ۴۵$, $C' = ۷۵$

$\Rightarrow \hat B+\hat C=۱۲۰^\circ=۳۰+\hat C \Rightarrow \boxed{\hat C=۹۰}$

①

$\hat C=۷۵^\circ ; \hat D=۶۰^\circ \Rightarrow \hat A_1 = C\hat AD = ۱۸۰-(۶۰+۷۵)=۴۵$ ②

قضیه سینوس‌ها: $\frac{CD}{\sin\hat A_1}=\frac{AC}{\sin\hat D} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{\sin۴۵^\circ}=\frac{AC}{\sin۶۰^\circ} \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \Rightarrow AC=۲\sqrt{۳}$

تعریف سینوس: $\sin B\hat AC=\frac{BC}{AC} \Rightarrow \sin۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{x}{۲\sqrt{۳}} \Rightarrow \boxed{x=۳}$ ✓

②

قضیه سینوس‌ها: $\frac{c}{\sin\hat C}=\frac{b}{\sin\hat B} \Rightarrow \frac{c\sin\hat B}{\sin\hat C}=b$ ③

$\frac{(b^۲-۲)\sin\hat C}{\sin\hat B}=c \Rightarrow \frac{c\sin\hat B}{\sin\hat C}=b^۲-۲$

$\Rightarrow b=b^۲-۲ \Rightarrow b^۲-b-۲=۰$

$\Rightarrow (b-۲)(b+۱)=۰ \Rightarrow \boxed{b=۲}$ ✓ یا $b=-۱$ غ ق ق (ضلع منفی نداریم)

②

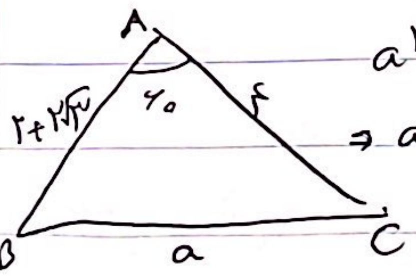
قضیه کسینوس‌ها: $b^۲=a^۲+c^۲-۲ac\cos\hat B \Rightarrow ۱۳\times۱۳=۲۱\times۲۱+۲۰\times۲۰-۲(۲۱)(۲۰)(\cos\hat B)$ ④

$\Rightarrow ۱۶۹=۴۴۱+۴۰۰-۸۴۰\cos\hat B \Rightarrow \cos\hat B=۰/۸ \Rightarrow \sin^۲\hat B=۱-\cos^۲\hat B=۱-(۰/۸)^۲=۰/۳۶$

$(\forall x ; \sin^۲x+\cos^۲x=۱)$

$\Rightarrow \boxed{\sin\hat B=۰/۶}$ ✓ ([illegible] در آن صورت $\hat B$ [illegible] که در مثلث چنین چیزی غیرممکن است)

②



$a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat A \Rightarrow a^۲=۴^۲-(۲+۲\sqrt{۳})^۲-۲(۲+۲\sqrt{۳})(۴)(\cos۶۰ = \frac{۱}{۲})$ ⑤

$\Rightarrow a^۲=۱۶+۱۶-۸\sqrt{۳}-۸-۸\sqrt{۳} \Rightarrow a^۲=۲۴ \Rightarrow \boxed{a=۲\sqrt{۶}}$ ✓ الف

②

$$\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}\Rightarrow\frac{۲\sqrt{۶}}{\underbrace{\sin ۶۰°}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}}=\frac{۴}{\sin\hat{B}}\Rightarrow\sin\hat{B}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\boxed{\hat{B}=۴۵°}$$ (ب) ✓

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰°\Rightarrow ۶۰+۴۵+\hat{C}=۱۸۰\Rightarrow\boxed{\hat{C}=۷۵°}$$ (ب) ✓

---

⑥ با توجه به اینکه $A\hat{B}C$ مثلث متساوی الساقین است $(BC=AC)$

قضیه سینوس‌ها در مثلث $A\hat{B}C$: $\frac{AC}{\sin(A\hat{B}C)}=\frac{AB}{\sin(A\hat{C}B)}$

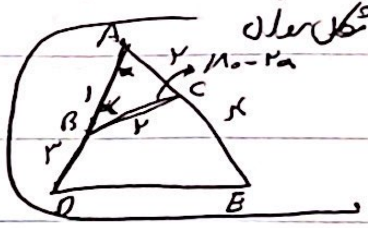
داریم $\alpha=C\hat{A}B=A\hat{B}C \Leftarrow A\hat{C}B=۱۸۰-۲\alpha$ لذا:

$$\Rightarrow\frac{۲}{\sin\alpha}=\frac{۱}{\sin ۲\alpha}$$

۲

$$\Rightarrow\frac{۲}{\sin\alpha}=\frac{۱}{۲\sin\alpha\cos\alpha}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\cos\hat{A}=\frac{۱}{۴}$$ ✓

شکل سوال



قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\overset{\triangle}{ADE}$ $\Rightarrow DE^۲=AD^۲+AE^۲-۲\times AD\times AE\times\cos\hat{A}\Rightarrow DE^۲=۴^۲+۶^۲-۲\times۴\times۶\times(\frac{۱}{۴})=۴۰$

$\Rightarrow$ [illegible] $\Rightarrow DE=۲\sqrt{۱۰}$ ✓

---

⑦ قضیه کسینوس‌ها: $BC^۲=۸^۲+۵^۲-۲\times۵\times۸\times\overbrace{\cos ۶۰°}^{\frac{۱}{۲}}=۶۴+۲۵-۴۰=۴۹\Rightarrow\boxed{BC=۷}$ (الف) ✓

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۲}\times۵\times۸\times\underbrace{\sin ۶۰°}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\boxed{۱۰\sqrt{۳}}$$ (ب) ✓

۲

---

⑧ قضیه کسینوس‌ها: $a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A}$

$$\frac{(b^۲+c^۲)-a^۲}{bc(\cos\hat{A}+۱)}=\frac{b^۲+c^۲+۲bc-(b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A})}{bc(\cos\hat{A}+۱)}=\frac{۲bc(\cos\hat{A}+۱)}{bc(\cos\hat{A}+۱)}=\boxed{۲}$$ ✓

۲

---

⑨ $$\frac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c}=a^۲\Rightarrow a^۳+b^۳-c^۳=(a+b-c)a^۲=a^۳+a^۲(b-c)$$

۲

$$\Rightarrow b^۳-c^۳=a^۲(b-c)\Rightarrow(b-c)(b^۲+c^۲+bc)=a^۲(b-c)\xRightarrow{b\neq c}b^۲+c^۲+bc=a^۲$$

قضیه کسینوس‌ها: $a^۲=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A}\Rightarrow b^۲+c^۲+bc=b^۲+c^۲-۲bc\cos\hat{A}\Rightarrow\boxed{\cos\hat{A}=-\frac{۱}{۲}}$ ✓

$\hat{A}=۱۲۰$

Subject: Date:

Mo Tu We Th Fr Sa Su

$S=۲ \Rightarrow S = \frac{۱}{۲}(۱+۳\cos\theta)(۳-\cos\theta)\sin ۳۰^\circ = \frac{-۳\cos^۲\theta+۸\cos+۳}{۴} = ۲$ (۱۰)

$\Rightarrow -۳\cos^۲\theta + ۸\cos\theta + ۳ = ۸ \Rightarrow ۳\cos^۲\theta - ۸\cos\theta + ۵ = ۰ \xrightarrow[\text{جمع ضرائب ۰ است}]{} ۳(\cos\theta - ۱)(\cos\theta - \frac{۵}{۳}) = ۰$

$\Rightarrow \boxed{\cos\theta = ۱}$ یا $\cos\theta = \frac{۵}{۳}$ ($-۱ \le \cos\theta \le ۱$ زیرا غ ق ق)

قضیه کسینوس‌ها : $BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲AB \times AC \times \cos\hat{A} \Rightarrow$

$\Rightarrow a^۲ = (۳-\cos\theta)^۲ + (۱+۳\cos\theta)^۲ - ۲(۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta)\cos ۳۰^\circ$ (۲)

$\Rightarrow a^۲ = ۹ + \underbrace{\cos^۲\theta}_{۱} - ۶\underbrace{\cos\theta}_{۱} + ۱ + ۹\underbrace{\cos^۲\theta}_{۱} + ۶\underbrace{\cos\theta}_{۱} - ۲(-۳\underbrace{\cos^۲\theta}_{۱} + ۸\underbrace{\cos\theta}_{۱} + ۳) \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{۲۰ - ۸\sqrt{۳}}$ ✓

PINE NOTEBOOK