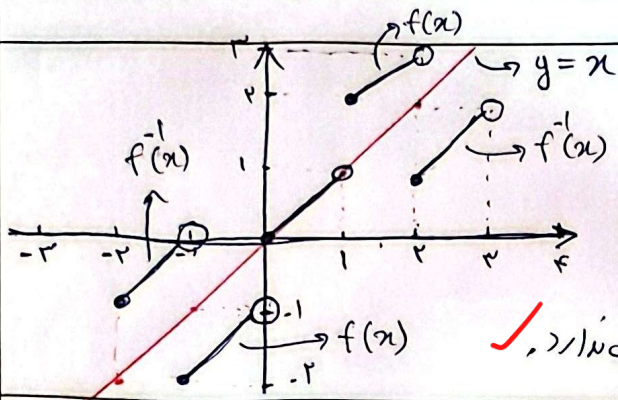


۱۹, ۵

نام و نام خانوادگی: پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۱ کلاس:



الف) با رسم تابع $f(x)$ می بینیم که تابع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ در بازه $(0, 5]$ روی هم می افتند پس به تعداد بی شمار صدگن را قطع می کنند

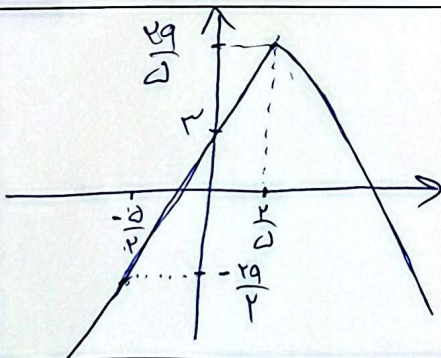
ب) $f \circ f^{-1}(x) = x = 2x - \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{2}{x}$

اما چون $\frac{2}{x} \geq 0$ پس جواب ندارد. ✓

$$\left. \begin{array}{l} \text{میانب قائم} = -\frac{d}{c} = -\frac{b}{a} \\ \text{میانب افق} = \frac{a}{c} = \frac{a}{a} \end{array} \right\} \frac{a}{a} = -\frac{b}{c} \rightarrow a = -b \rightarrow y = \frac{ax+2}{2x-a}$$

$f \circ f(x) = x \rightarrow f \circ f(1-\sqrt{5}) = 1-\sqrt{5}$ ✓

~~$f(x) = \frac{mx+2}{m+x+2}$~~
 ~~$f(x) = \frac{mx+2}{m+x+2} = x \rightarrow mx+2 = x(m+x+2) \rightarrow mx+2 = mx+x^2+2x \rightarrow x^2+x-2=0$~~
 $f(x) = x \rightarrow \frac{mx+2}{m+x+2} = x \rightarrow mx+2 = x^2+mx+2x \rightarrow x^2+x-2=0$
 $\left. \begin{array}{l} x^2+x-2=0 \\ a+b = -\frac{b}{a} = -2 \\ a \cdot b = \frac{c}{a} = -2 \end{array} \right\} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{-2}{-2} = 1$ ✓



الف) $x \geq \frac{2}{3} \rightarrow 2x+1 - 2x+2 = 3-2x$

$f^{-1}(x) = x = 3-2y \rightarrow x-3 = -2y \rightarrow y = \frac{x-3}{-2}$ ✓

$D_{f^{-1}} = [0, \infty)$

$g^{-1}(x) = x = 2f(2y)-1 \rightarrow \frac{x+1}{2} = f(2y) \rightarrow \frac{1}{2}f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) = y$

$\left. \begin{array}{l} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = 2 \\ d = 0 \end{array} \right\} \frac{ac+d}{2b} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 + 0}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$ ✓

$$f(x) = (\sqrt{x+1})^2 - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = x = (\sqrt{y+1})^2 - 1$$

$$(\sqrt{x+1})^2 - 1 = y = f^{-1}(x) \rightarrow D_{f^{-1}} = [0, +\infty) \checkmark$$

(۲)

۶

$$f(x) = x \rightarrow x - 1 + 2^x = x \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0, 0)$$

$$f(x) = \underbrace{2^x}_{\text{اگرچه صعودی}} + \underbrace{(x-1)}_{\text{اگرچه صعودی}}$$

یک نقطه

(۲)

۷

$$f^{-1}(x) - x \geq 0 \rightarrow f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow{\text{اگرچه صعودی}} f \circ f^{-1}(x) \geq f(x)$$

$$x \geq f(x) \rightarrow x \geq x^2 + 4x \rightarrow x^2 + 3x \leq 0 \rightarrow x \in (-\infty, 0] \checkmark$$

شماره یک عدد صحیح
جواب سوال: عدد صحیح
سوال مقادیر نامنظم در هر جواب!

(۱, ۷, ۸)

۸

$$f(x) = -(\sqrt{x+4} - \frac{1}{x})^2 + \frac{11}{x} \rightarrow f^{-1}(x) = (\sqrt{\frac{11}{x} - x} + \frac{1}{x})^2 - 4$$

$$g(x) = (\sqrt{\frac{1}{x} - x} + \frac{1}{x})^2 - 4 \rightarrow x - 2 = \frac{1}{x} - x + \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x} - x}$$

$$4x - 2 = 2\sqrt{\frac{1}{x} - x} \rightarrow 12x^2 - 42x + 48 = 0 \rightarrow \text{در یک نقطه به خوردی کند}$$

(۲)

۹

$$f(x) = (2 - \sqrt{x})^2 \rightarrow \sqrt{x} \leq 2 \rightarrow 0 \leq x \leq 4 \checkmark$$

$$f(f(x)) = (2 - \sqrt{(2 - \sqrt{x})^2})^2 \xrightarrow{0 \leq 2 - \sqrt{x} \leq 2} \sqrt{(2 - \sqrt{x})^2} = 2 - \sqrt{x}$$

$$f(f(x)) = (2 - (2 - \sqrt{x}))^2 = (\sqrt{x})^2 = x \rightarrow f \circ f(x) = y = x$$

دایره و متشکک!

(۱, ۷, ۸)

۱۰