نام و نام خانوادگی ...علیرضا نیلچی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس ...دوازدهم A...

۱

الف) $x+[x]=y \to 2[x]=[y] \to [y]=\frac{[x]}{2}$

$\xrightarrow{f^{-1}} y+[y]=x \to y+\frac{[x]}{2}=x$

$\Rightarrow y=x-\frac{[x]}{2} \to x-\frac{[x]}{2}=x+[x]$

$\frac{3}{2}[x]=0 \Rightarrow 0\leq x<1$

$\xrightarrow[x\in D_f]{x\in R_f} x\in[0,1)$

ب) $x=2x-\frac{3}{2} \Rightarrow x=\frac{3}{2} \xrightarrow[\frac{3}{2}\notin R_f]{\text{اما}} x=\varnothing$

$$f(x)\begin{cases}1\leq x<2 & y=x+1 \Rightarrow 2\leq y<3\\ 0\leq x<1 & y=x \Rightarrow 0\leq y<1\\ -1\leq x<0 & y=x-1 \Rightarrow -2\leq y<-1\end{cases}\ \Big\}\ \frac{3}{2}\notin R_f$$

۲

می‌دانیم وقتی تابع‌های افقی، عمودی محل برخوردشان روی نیمساز اول و سوم است ⇐

$f(x)=f^{-1}(x)\qquad f\circ f(x)=f\circ f^{-1}(x)=x\qquad f\circ f(5-\sqrt{6})=5-\sqrt{6}$

۳

$f(x)=\frac{mx+3}{x+m+3} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{-(m+3)x+3}{x-m} \Rightarrow \frac{mx+3}{x+m+3}=\frac{-(m+3)x+3}{x-m}$

$\Rightarrow mx^2+3x-m^2x-3m=-(m+3)x^2+3x-(m+3)^2x+3(m+3)$

$\Rightarrow mx^2+x(3-m^2)-3m=-(m+3)x^2+x(-m^2-6m-6)+3(m+3)$

$(2m+3)x^2+x(9+6m)-6m-9=0$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{S}{P}=\frac{-3}{-3}=1$

۴

$f(x)=|2x+5|-|5x-2| \longrightarrow$

$-\frac{5}{2}$		$\frac{2}{5}$	
$3x-7$	$7x+3$	$-3x+7$	
صعودی	صعودی	نزولی	

D_f نزولی $\to [\frac{2}{5},+\infty)$

R_f نزولی $\to [\frac{29}{5},+\infty)=D_{f^{-1}}$

$-3x+7=y \Rightarrow -\frac{y-7}{3}=x \xrightarrow{f^{-1}} y=\frac{7-x}{3},\ D_{f^{-1}}=(\frac{29}{5},+\infty)$

۵

$h(x)=2x-1\qquad h\circ f(3x)=g(x)\qquad f(3x)=y$

$h^{-1}(x)=\frac{x+1}{2}\qquad \frac{1}{3}f^{-1}(x)\circ h^{-1}=g^{-1}(x) \Rightarrow \frac{1}{3}f^{-1}(x)=y$

$\Rightarrow \frac{1}{3}f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)=g^{-1}(x) \Rightarrow a=\frac{1}{3},\ b=1,\ c=2,\ d=0$

$\frac{ac+d}{2b}=\frac{\frac{2}{3}+0}{2}=\frac{1}{3}$

$f(x) = x + 2\sqrt{x}$ $\quad \left.\begin{matrix} x \to \infty \\ \sqrt{x} \to \infty \end{matrix}\right\} \to f(x) \to \infty$

$D_f \Rightarrow 0 \leq x \Rightarrow D_f = [0, +\infty) \Rightarrow R_f = [f(\min D_f), f(\max D_f)]$

$\Rightarrow R_f = [f(0), +\infty) \Rightarrow R_f = [0, +\infty) = D_{f^{-1}}$ ۶

$(y-x)^2 = 4x \Rightarrow y^2 - 2xy + x^2 = 4x \Rightarrow x^2 + x(-2y-4) + y^2 = 0$

$\Delta \Rightarrow x = \frac{2y+4 \pm \sqrt{4y^2+16+16y-4y^2}}{2} = \frac{2y+4 \pm \sqrt{16+16y}}{2} \xrightarrow{0 \leq x} x = y + 2 + 2\sqrt{1+y}$

$\xrightarrow{f^{-1}} \quad y = x + 2 + 2\sqrt{1+x}$

$f(x) = \underset{\nearrow}{x} - 1 + \underset{\nearrow}{2^x} \Rightarrow$ صعودی $\Rightarrow$ f^{-1} را در x نقطه قطع می‌کند $\Rightarrow x - 1 + 2^x = f^{-1}(x) \Rightarrow x - 1 + 2^x = x$

$\Rightarrow 2^x = 1 \longrightarrow x = 0$ در یک نقطه قطع می‌کند ۷

$y = \sqrt{f^{-1}(x) - x}$

① $x \in R_f \quad f(x) = x^3 + 4x \Rightarrow$ صعودی

② $f^{-1}(x) - x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) \geq x$

$R_f = \mathbb{R}$ چند جمله‌ای f $\quad \xrightarrow[\text{صعودی}]{f} x \geq f(x) \Rightarrow x \geq x^3 + 4x \Rightarrow x^3 + 3x \leq 0$ ۸

$0 \geq x \longleftarrow \begin{array}{c|c} & 0 \\ \hline - & + \end{array} \longleftarrow x(x^2+3) \leq 0$

① ∩ ② , $D = (-\infty, 0]$ $\quad$ یک عدد $\boxed{\text{صفر}}$

۹

$f^{-1}(x) = \sqrt{y} + \sqrt{x}\ \cancel{\ }\ 2 \Rightarrow f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$

$D_f = (2, +\infty) = R_f = D_{f^{-1}} = R_{f^{-1}}$ ۱۰

$\Rightarrow$