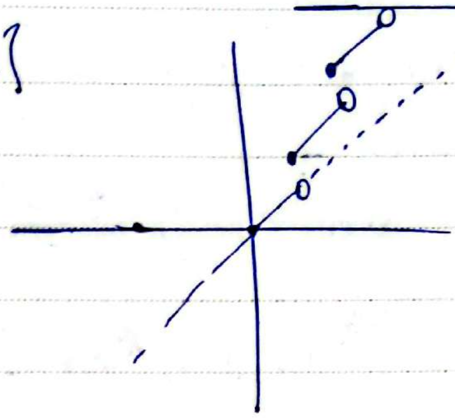
پاسخ حل ریاضی — ریاضی پایه A — تکلیف ۱۱



$f(x)=x,\ x\in[1]$

۱- الف) در بازه $x\in[0,1]$ مرز نیمساز ...
این دو تابع معکوس یکدیگر هستند
نیمساز ناحیه اول و سوم
می‌شود

ب) $x\in D_f$, $f\circ f^{-1}(x)=x \Rightarrow D_f=\cdots\cup[-\sqrt{?},-1)\cup[\sqrt{?},?)\cup\cdots$

$\Rightarrow x=2x-\frac{3}{2} \Rightarrow x=\frac{3}{2}$ جواب ندارد

۲- این تابع معکوس است ... $f(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم است $-\frac{b}{4}=\frac{a}{4}$

$\Rightarrow \frac{a}{4}=-\frac{b}{4} \Rightarrow a=-b$, $\frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow a+d=0$

$f(x)=f^{-1}(x)=\frac{-bx+3}{4x-b} \Rightarrow f\circ f(5-\sqrt{4})=f\circ f^{-1}(5-\sqrt{4})$

$=5-\sqrt{4}$

۳- $\frac{mx+3}{x+m+3}=x \Rightarrow mx+3=x^2+mx+3x \Rightarrow 3=x^2+3x$

$\Rightarrow x^2+3x-3=0 \Rightarrow \alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=-3$

$-\frac{b}{a}$ $\frac{c}{a}$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{-3}{-3}=1$

۴-

$f(x)=|3x+5|-|5x-2| \Rightarrow$ $-\frac{5}{3}$, $\frac{2}{5}$

$-\frac{5}{3}$		$\frac{2}{5}$	
$2x-7$	$8x+3$		$-2x+7$
$-\frac{31}{3}$		$\frac{31}{5}$	

$\Rightarrow$ اکیداً نزولی $x \geq \frac{2}{5}$: $\Rightarrow R_f=(-\infty,\frac{31}{5}]$, $D_f=[\frac{2}{5},+\infty)$

$, f^{-1}(x): x=-2y+7 \Rightarrow y=\frac{-x+7}{2}$, $D_{f^{-1}}=R_f=(-\infty,\frac{31}{5}]$

$\Rightarrow f(x)^{-1}=\frac{-x+7}{2} \Rightarrow x\in(-\infty,\frac{31}{5}]$

۵-

$g(x)=T \quad T=2f(3x)-1 \Rightarrow g(T^{-1})=x$

$f(3x)=\frac{T+1}{2} \Rightarrow f^{-1}(\frac{T+1}{2})=3x \Rightarrow f^{-1}(\frac{T+1}{2})=3g^{-1}(T)$

$\Rightarrow g(T)^{-1}=\frac{f^{-1}(\frac{T+1}{2})}{3} \Rightarrow \frac{aT+d}{3b} \Rightarrow b=1 , c=2 , a=\frac{1}{2}$

$, d=0 \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}}{2}=1$

۶- اولاً

$f(x)=x+2\sqrt{x} \Rightarrow x\geq 0 \Rightarrow D_f=R_f=[0,+\infty) \Rightarrow$

$f(x)=(\sqrt{x}+1)^2-1=y \Rightarrow \sqrt{x}+1=\pm\sqrt{y+1} \Rightarrow \sqrt{x}=\pm\sqrt{y+1}-1$

$\Rightarrow x\geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow f(x)^{-1}=(\sqrt{x+1}-1)^2$

$D_{f^{-1}}=R_f=[0,+\infty)$

۷_ [illegible] $\Leftarrow$ [illegible] $\longrightarrow$ $y=x-1+2^x$

$\Rightarrow$ if $x=y \Rightarrow f^{-1}=f \Rightarrow x-1+2^x=x \longrightarrow x=0$

۸_ [illegible] $\longrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow$ [illegible] $\Rightarrow f(x)=x^3+4x$

$\sqrt{f(x)^{-1}-x} \Rightarrow f(x)^{-1}-x\geq 0 \longrightarrow f(x)^{-1}\geq x \Rightarrow f(x)\leq x$

$\Rightarrow x^3+4x\leq x \Rightarrow x^3+3x\leq 0 \longrightarrow x(x^2+3)\leq 0$

$\Rightarrow \underbrace{x^2+3}_{\text{همواره مثبت}} \Rightarrow x\leq 0 \Rightarrow x=0$

۹_ $f(x)=-x+\sqrt{x+4}$, $D_f=[-3,+\infty)$, $R_f=(-\infty,4]$

$\xrightarrow{\text{معکوس}} f^{-1}(x) \Rightarrow f(x+4)^{-1} \longrightarrow g(x) \longrightarrow f(x+4)^{-1}=x-3$

$\Rightarrow f(x-3)=x+4 \Rightarrow -(x-3)+\sqrt{x-3+4}=x+4$

$\Rightarrow 2x+1=\sqrt{x+1} \Rightarrow 4x^2+4x+1=x+1$ $\longrightarrow x=0$, $x=-\frac{3}{4}$ غ‌ق

یک جواب دارد $\Leftarrow$ مسیر وارون تابع $(-\frac{5}{4})$

۶- $f(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow f\circ f(x) = f\circ f^{-1}(x) = x$

$\sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in D_{f^{-1}}$, $\sqrt{y} = 2-\sqrt{x}$ $\quad x,y \geq 0$

$2-\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 2 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow 0 \leq x \leq 4$

$0 \leq y \leq 4$

برای x همان بازه‌ی y را داریم