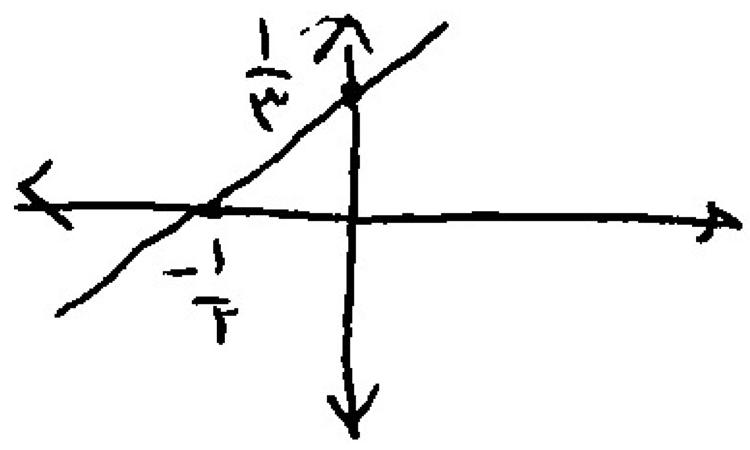
۱۷٫۷۵

بدون اسم صفحه رد میشه

(۲) _ ۱

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \to y^{-1} = \frac{2x+\frac{1}{2}}{3} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$



$S = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$ ✓

(۲) ۲

الف) $x_s = \frac{2}{2} = 1$ تابع معکوس پذیر است $\to y = (x-1)^2 + 2 \to \sqrt{y-2} = |x-1|$

$\xrightarrow{x \geq 1} \sqrt{y-2} + 1 = x \xrightarrow[y \leftrightarrow x]{\text{عوض کردن}} \sqrt{x-2} + 1 = y = f^{-1}(x)$ ✓ ; $D_{f^{-1}} = [2, \infty)$ ✓

ب) $x_s = 1$ تابع دارای وارون پذیر است $\to$ مشابه قسمت بالا $\to \sqrt{x-2} + 1 = y = f^{-1}(x)$ ✓

$R_f = [6, \infty) \to D_{f^{-1}} = [6, \infty)$ ✓

۰ - ۳

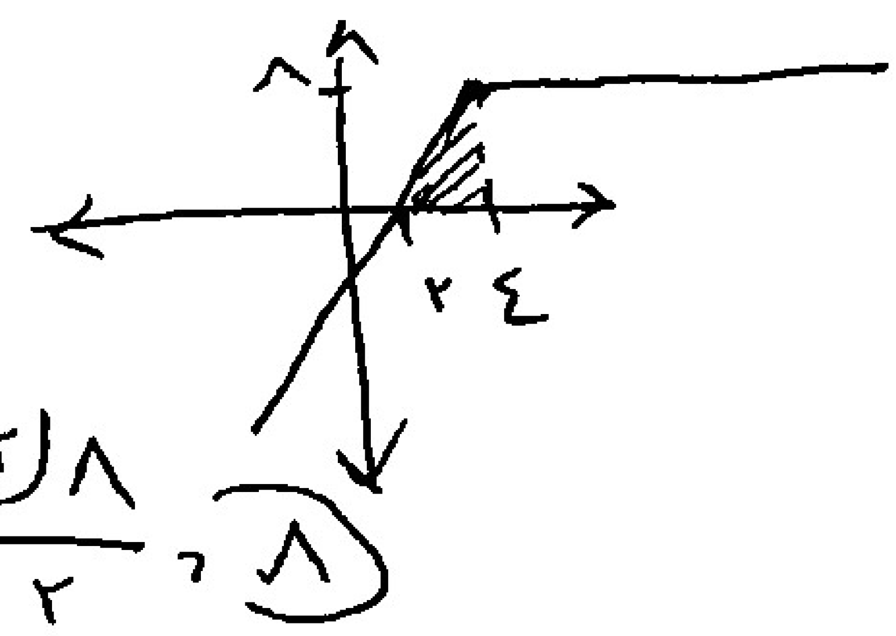
$9 - 6 + 3$

$f(x) = 2x - 2|4-x|$

if $x \geq 4$: $f(x) = 8$

if $x < 4$: $f(x) = 4x - 8$

میتونی فاکتور بگیری!



$S = \frac{(4-2)8}{2} = 8$

(۲) - ۴

$y^2 = \frac{x^2}{x^2-5} \to x^2 = \frac{5y^2}{y^2-1} \to |x| = \sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} = \frac{\sqrt{5}|y|}{\sqrt{y^2-1}}$

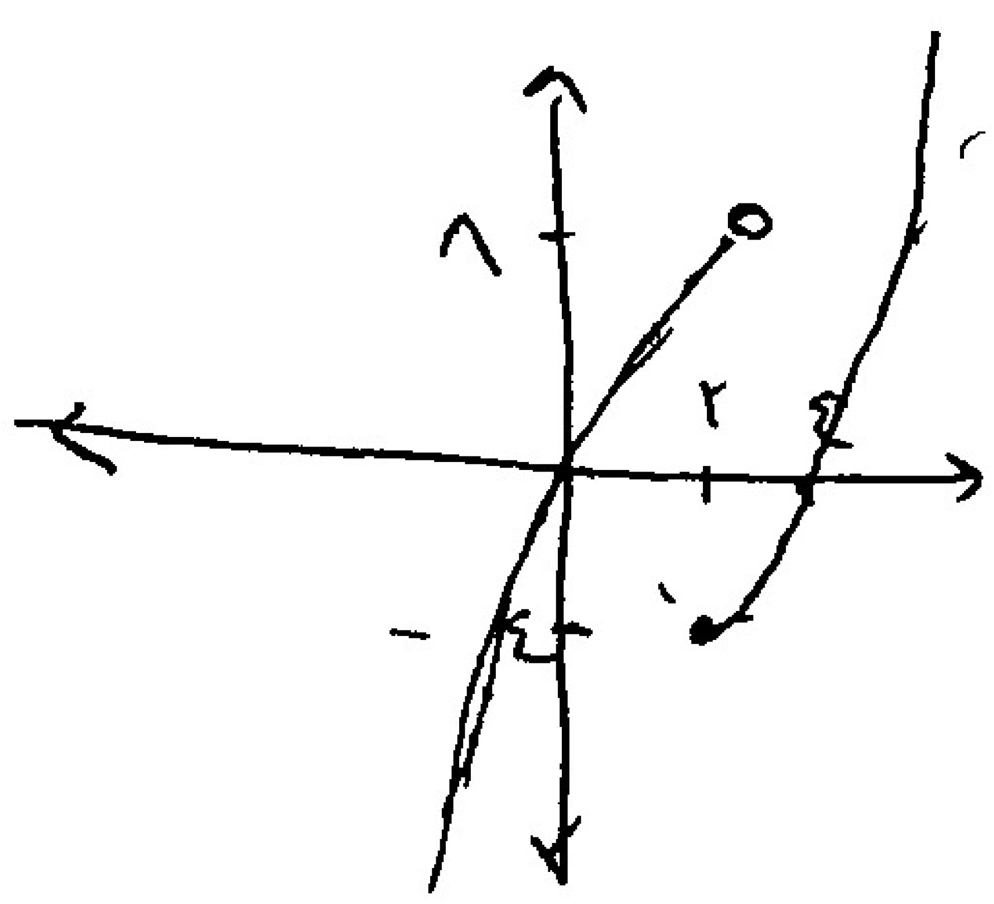
$\xrightarrow[\text{هم علامتند}]{xy \geq 0} x = \frac{\sqrt{5}y}{\sqrt{y^2-1}} \to f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{x^2-1}}$ ✓

$\xrightarrow{\text{اثبات یک به یک بودن}}$ $y_1^2 = \frac{x_1^2}{x_1^2-5}$, $y_2^2 = \frac{x_2^2}{x_2^2-5}$ $\xrightarrow{y_1 = y_2} \frac{x_1^2}{x_1^2-5} = \frac{x_2^2}{x_2^2-5} \xrightarrow[\text{هم علامتند}]{x_1x_2 \geq 0}$

$\to |x_1| = |x_2| \xrightarrow{x_1x_2 \geq 0} \boxed{x_1 = x_2}$ لذا معکوس پذیر است ✓

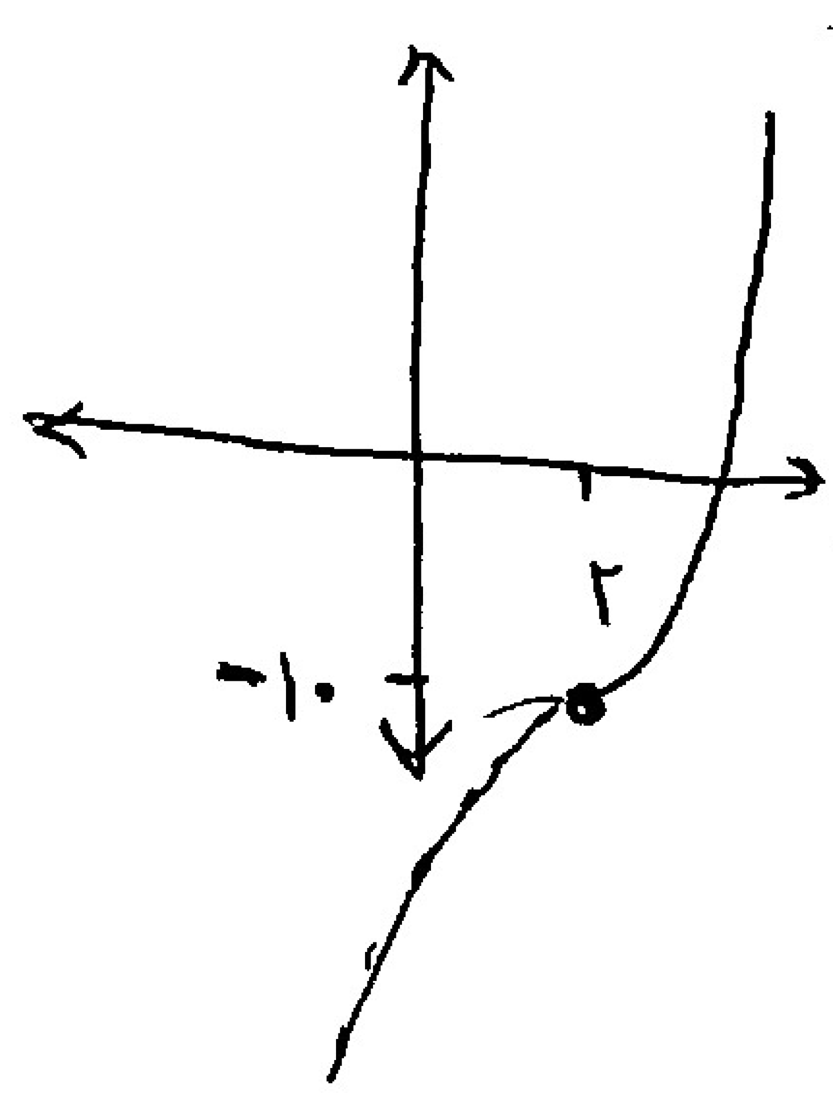
$\cancel{x_1^2x_2^2} - 5x_1^2 = \cancel{x_2^2x_1^2} - 5x_2^2$

(۲) - ۵



فرض کنیم $a = k$
۲ می‌توانند باشد
چون اشکال عمودی d_2
مشترک d_1 می‌یابد

✓ $\boxed{k \leq -6}$



به ازای $k = -6$ تابع پیوسته
می‌شود و به ازای k های کوچکتر
تابع اکیداً یکنوا خواهد بود

$$f(x)=\begin{cases}4x & x\geq 0\\ 2x & x<0\end{cases} \qquad f^{-1}(x)=\begin{cases}\frac{x}{4} & x\geq 0\\ \frac{x}{2} & x<0\end{cases}$$ **۱,۷۵** ۶ -

$$g(x)=\begin{cases}(a+b)x & x\geq 0\\ (a-b)x & x<0\end{cases} \qquad \begin{cases}a+b=\frac{1}{4}\\ a-b=\frac{1}{2}\end{cases} \xrightarrow[\text{معادله دو مجهول}]{\text{حل دستگاه ۲}} \boxed{\begin{matrix}a=\frac{3}{8}\\ b=-\frac{1}{8}\end{matrix}} \checkmark \rightarrow ab=\frac{-3}{64}$$

$$f(2)=-10 \rightarrow \frac{6+4}{2+m}=-10 \rightarrow m=-3 \rightarrow f(x)=\frac{3x+4}{x-3}=f^{-1}(x)$$ ۲ ۷ -

$$y=x+\frac{3x+4}{x-3}=x \rightarrow 3x+4=0 \rightarrow \boxed{x=\frac{-4}{3}} \checkmark$$ تابع با وارونش منطبق است

$$f(3-2x)=-2=2-g\left(\frac{x}{2}\right) \rightarrow g\left(\frac{x}{2}\right)=4 \xrightarrow{\text{اعمال } g^{-1}} \frac{x}{2}=g^{-1}(4)$$ ۲ ۸ -

$$g\left(\frac{x}{2}\right)=2-f(3-2x)=4 \rightarrow -2=f(3-2x) \xrightarrow{\text{اعمال } f^{-1}} f^{-1}(-2)=3-2x$$

$$4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)=\cancel{4\left(\frac{x}{2}\right)}_{2x}+3-2x=\boxed{3}\checkmark$$

$x\rightarrow -x$

$y\rightarrow -y$ $$y=\frac{+5x+13}{1+x}\rightarrow y=\frac{5(x-2)+13}{\cancel{1+x-2}_{x-1}}\mp 3$$ ۲ ۹ -

$x\rightarrow x-2$

$y\rightarrow y-3$ $$\rightarrow f(x)=\frac{2x+6}{x-1} \qquad f^{-1}(x)=\frac{x+6}{x-2}$$

$$\xrightarrow{f=f^{-1}} \frac{2x+6}{x-1}=\frac{x+6}{x-2} \rightarrow x^2+5x-6=2x^2+2x+12 \rightarrow 0=x^2-3x-6$$

$$-\frac{b}{a}=\alpha+\beta=S=\boxed{3}\checkmark$$

$$[y]=[x+4[x]] \rightarrow [y]=5[x] \rightarrow y=x+4\times\frac{[y]}{5}$$ ۲ ۱۰ -

$$x=y-\frac{4[y]}{5} \xrightarrow[y \text{ و } x]{\text{عوض کردن}} y=x-\frac{4[x]}{5}=f^{-1}(x)$$

$$fog(x)=\cancel{x}+4[x]-\cancel{x}+\frac{4[x]}{5}=\frac{24[x]}{5}\checkmark$$

۳)

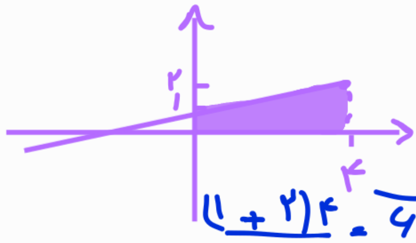
$f(x) = ۲x - \sqrt{۱۶ - ۱۶x + ۴x^۲}$

$\qquad\qquad ۴(x^۲ - ۴x + ۴)$

$f(x) = ۲x - ۲|x-۲|$ $\to x > ۲ \to ۴$

$\qquad\qquad\qquad \to x \leq ۲ \to ۴x - ۴$ ✓ $\longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{۴} + ۱$

$D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, ۴]$



$\frac{(۱+۲)۴}{۲} = \boxed{۶}$