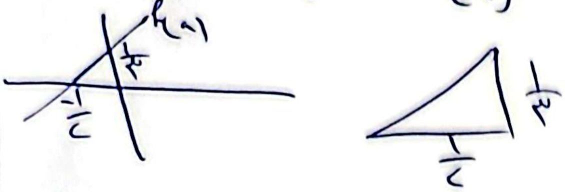
۲۰

نام خانوادگی ...آرین پناه پولادگران... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ...دوازدهم ریاضی A

۲

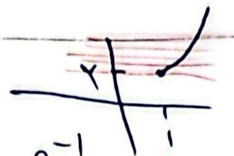
$f(x)=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2} \longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{2}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$



$S=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$ ✓

۲

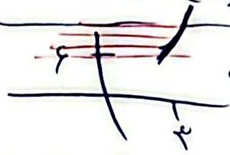
الف) $f(x)=x^2-2x+3 \quad x\in[1,+\infty)$ یک به یک است



$f(x)=x^2-2x+1+2=(x-1)^2+2 \Longrightarrow f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}+1$ ✓

$D_{f^{-1}(x)}=R_{f(x)}=[2,+\infty)$ ✓

ب) $y=x^2-2x+3 \quad x\in[3,+\infty)$ یک به یک است



$f(x)=x^2-2x+3 \to x^2-2x+1+2=(x-1)^2+2 \to f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}+1$ ✓ $D_{f^{-1}(x)}=R_{f(x)}=[6,+\infty)$

۲

$f(x)=2x-\sqrt{16-4x(4-x)}=2x-\sqrt{16-16x+4x^2}$

$f(x)=2x-2\sqrt{x^2-4x+4}=2x-2\sqrt{(x-2)^2}=2x-2|x-2|$

$2x-|2x-4|$

$f(x)=\begin{cases}4 & x>2\\ \cancel{2x+2x-4} \;\; 4x-4 & x\le 2\end{cases}$

$f^{-1}(x)=\frac{x+4}{4}=\frac{x}{4}+1 \quad x\le 4$

$S_{ذوزنقه}=\frac{1}{2}(1+2)4=6 \rightarrow$ جواب ✓

۲

$y_1=y_2 \Longrightarrow x_1=x_2$

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \Longrightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5}$

$\cancel{(x_1x_2)^2}-5x_1^2=\cancel{(x_1x_2)^2}-5x_2^2 \Longrightarrow x_1=\pm x_2$ یک به یک است

$x_1^2-5\ge 0 \Longrightarrow x^2\ge 5 \to \boxed{x_1\ge\sqrt{5}}$ $\quad x_1=-x_2$ ✗

در واقع x_1, x_2 نمی‌توانند مختلف العلامت داشته باشند پس $x_2=-x_1$ غلط است

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \Longrightarrow y^2=\frac{x^2}{x^2-5} \Longrightarrow x^2y^2-5y^2=x^2 \to x^2(y^2-1)=5y^2$

$x=\pm\frac{\sqrt{5}\,y}{\sqrt{y^2-1}} \xrightarrow{x,y} y=\frac{\sqrt{5}\,x}{\sqrt{x^2-1}}$ ✓

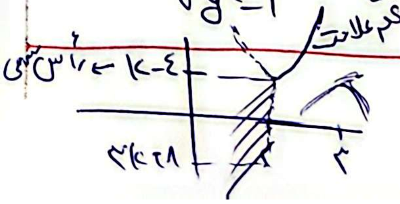
هم علامت

۲

$3k+8\le k-4$

$2k\le -12 \Longrightarrow \boxed{k\le -6}$ ✓

در این حالت تابع یک به یک است



$f(x)=\begin{cases}x^2-4x+k & x\ge 2\\ -x^2+6x+3k & x<2 \end{cases} \rightarrow -\frac{b}{2a}=\frac{-6}{-2}=3$

$x=2$

۶ ۲

$f(x) = 3x + |x| \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4x & x \ge 0 \\ 2x & x \le 0 \end{cases} \longrightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & x \ge 0 \\ \frac{x}{2} & x \le 0 \end{cases}$

دو نقطه دو حکم $f(x) \to 1 \to 4$ $\quad f^{-1}(x)\ 4 \to 1$ $\quad f(x) \to -1 \to -2$ $\quad f^{-1}(x) \to -2 \to -1$

$4a + 4b = 1 \qquad 4a + 4b = 1$

$-2a + 2b = -1 \xrightarrow{\times 2} -4a + 4b = -2 \to 8b = -1 \to b = -\frac{1}{8} \to a = \frac{3}{8}$

$ab = \frac{3}{8} \times -\frac{1}{8} = \boxed{-\frac{3}{64}}$

---

۷ ۲

$f(x) = \frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{(2,-10)} \frac{10}{2+m} = -10 \to 2+m = -1 \to \boxed{m = -3}$

$f(x) = \frac{3x+4}{x-3} \qquad y = h \circ f^{-1}(x) + f^{-1}(x) = x + f^{-1}(x) = x \Rightarrow f^{-1}(x) = 0$

$a = ?$ $\quad f(0) = a \to \boxed{\frac{-4}{3} = a} \to$ جواب

---

۸ ۲

$f(3-2x) + g(\frac{x}{2}) = 2 \qquad f(3-2x) = a \qquad f^{-1}(a) = 3 - 2x$

$g(\frac{x}{2}) = 2 - a \to g^{-1}(2-a) = \frac{x}{2} \to \underbrace{x = 2g^{-1}(2-a)}_{1} \qquad \underbrace{x = \frac{f^{-1}(a) - 3}{-2}}_{2}$

$\frac{f^{-1}(a) - 3}{-2} = 2g^{-1}(2-a) \Rightarrow f^{-1}(x) + 4g^{-1}(2-x) = 3 \xrightarrow{x=-2} f^{-1}(-2) + 4g^{-1}(4) = \boxed{3}$

جواب

---

۹ ۲

قرینه نسبت به مبدا $\to$ $-\frac{5x-13}{-(-x)+1} = \frac{5x+13}{x+1} \to \frac{5(x-2)+13}{(x-2)+1} - 3 = \frac{5x+3}{x-1} - 3$

$\frac{5x+3-3x+3}{x-1} = \frac{2x+6}{x-1} = h(x) \xrightarrow{\text{برای پیدا کردن نقاط برخورد}} \frac{2x+6}{x-1} = x \Rightarrow x^2 - x = 2x + 6$

دو نمودار $h(x)$ را مساوی x قرار دهیم

$x^2 - 3x - 6 = 0$ مجموع نقاط برخورد $\boxed{3 = \frac{-b}{a}} \to$ جواب

---

۱۰ ۲

$f(x) = x + 4[x] \qquad f(x) - g(x) = ?$

$\underbrace{x = y + 4[y]}_{1} \to [x] = [y + 4[y]] = [x] = \frac{5}{4}[y] \to [x] = \frac{5}{4}(x-y)$

$\to [y] = \frac{x-y}{4}$

$\frac{5}{4}y = -[x] + \frac{5}{4}x \to y = -\frac{4}{5}[x] + x = g(x)$

$f(x) - g(x) = \cancel{x} + 4[x] - \cancel{x} + \frac{4}{5}[x] = \frac{24}{5}[x] = 4.8[x]$