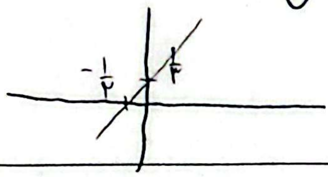
نام و نام خانوادگی ....کوروش شیرانی فر.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱ .... کلاس ....دوازدهم ..A....

۱

$2y=3x-1 \Rightarrow y=\frac{3x-1}{2} \Rightarrow x=\frac{3y-1}{2} \Rightarrow 2x=3y-1$

$\Rightarrow 2x+1=3y \Rightarrow y=\frac{2x+1}{3}=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

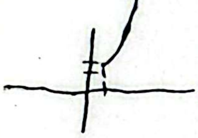


$S=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{2}=\boxed{\frac{1}{12}}$

۲

الف) $x_s=\frac{-b}{2a}=1 \Rightarrow y_s=2$

یک به یک است ✓

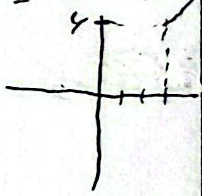


$y=(x-1)^2+2 \Rightarrow y'=\sqrt{x-2}+1$

$D_{y'}=R_y=[2,+\infty)$

ب) این تابع هم با توجه به شکل تابع قبلی و با توجه به اینکه دامنه آن در سمت راست است

مثل بخش قبل: $y'=\sqrt{x-2}+1$



$D_{y'}=R_y=[6,+\infty)$

۳

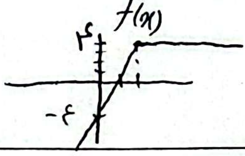
$f(x)=2x-\sqrt{4x^2-16x+16}=2x-\sqrt{(2x-4)^2}=2x-|2x-4|$

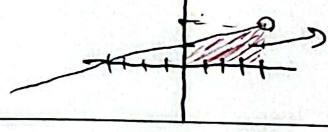
$\begin{cases} 4 & x\geq 2 \ ✗ \\ 4x-4 & x<2 \ ✓ \end{cases}$

$\Rightarrow y=4x-4 \Rightarrow y+4=4x \Rightarrow x=\frac{y+4}{4} \Rightarrow y'=\frac{x+4}{4}$

$D_{f^{-1}(x)}=R_{f(x)}=(-\infty,4]$

در بازه $(-\infty,2)$ معکوس پذیر است





$S=\frac{(1+2)4}{2}=2(3)=\boxed{6}$

۴

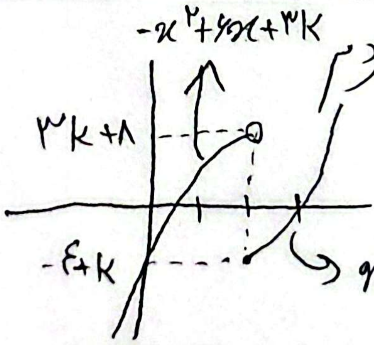
if $y_1=y_2 \Rightarrow x_1=x_2 \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5}$

$\Rightarrow \cancel{x_1^2\times x_2^2}-5x_1^2=\cancel{x_2^2\times x_1^2}-5x_2^2 \Rightarrow x_1^2=x_2^2$

$\Rightarrow x_1=\pm x_2$ یک به یک نیست.

۵

راس هر کدام سهمی ها را بدست آوردم و شکلی فرضی رسم کردم



$3k+8\leq -4+k$

$\Rightarrow 2k\leq -7 \Rightarrow k\leq -\frac{7}{2}$

۶

$$\begin{cases} 4x & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{معکوس}} \begin{cases} \frac{1}{4}x & x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x & x < 0 \end{cases} \qquad \boxed{\alpha B = \frac{-3}{64}}$$

برای تبدیل به فرم $ax + b|x|$

$$\Rightarrow a = \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{8} \quad \text{و} \quad B = \frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}{2} = \frac{-1}{8}$$

۷

$$\frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{(29,-10)} \frac{10}{2+m} = -10 \to m = -3 \to f(x) = \frac{3x+4}{x-3} = y$$

$$\Rightarrow x = -\frac{-3y-4}{y-3} \Rightarrow x = \frac{-3y-4}{-y+3} \Rightarrow y = \frac{-3x-4}{-x+3} = f^{-1}(x) \to f(f^{-1}(x)) = \frac{3\left(\frac{-3x-4}{-x+3}\right)+4}{\frac{-3x-4}{-x+3}-3}$$

$x =$ ←

$$\to f \circ f^{-1} + f^{-1}(x) = x + \left(\frac{-3x-4}{-x+3}\right) = \frac{-x^2-4}{-x+3} \xrightarrow[\text{نیمساز}]{\text{برخورد با}} \frac{-x^2-4}{-x+3} - x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-3x-4}{-x+3} = 0 \to -3x-4 = 0 \to -3x = 4 \to x = \frac{-4}{3}$$

۸

۹

$$\frac{5x-13}{-x+1} \xrightarrow[\text{y و x قرینه}]{\text{قرینه به مبدأ}} -\frac{-5x-13}{x+1} = \frac{5x+13}{x+1} \xrightarrow[\text{راست}]{\text{۲ واحد به}} \frac{5(x-2)+13}{(x-2)+1}$$

$$= \frac{5x+3}{x-1} \xrightarrow[\text{پایین}]{\text{۳ واحد به}} \frac{5x+3}{x-1} - 3 = \frac{2x+6}{x-1} = f(x)$$

$$\frac{2x+6}{x-1} = y \Rightarrow x = -\frac{-y-6}{y-2} \Rightarrow y' = \frac{-x-6}{-x+2} \xrightarrow{f=f^{-1}} \frac{2x+6}{x-1} = \frac{-x-6}{-x+2}$$

$$\Rightarrow -2x^2 - 2x + 12 = -x^2 - 5x + 6 \Rightarrow -x^2 + 3x + 6 = 0 \to S = -\frac{b}{a} = \boxed{3}$$

۱۰

$$[x] = n \to x \in [n, n+1) \to f(x) = x + 4n$$

$$x \in [5k, 5k+1) \to [x] = 5k$$

$$y \in [5k, k+1) \to g(y) = f^{-1}(y) = y - 4k \to$$

$$f(x) = x + 4[x] = x + 4(5k) = x + 20k \quad \text{و} \quad g(x) = x - 4k$$

$$f - g(x) = x + 20k - x + 4k = \boxed{24k} \quad x \in [5k, k+1) \quad \text{و} \quad k \in \mathbb{Z}$$