۱۹,۷۵

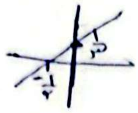
نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱.. کلاس ..دوازدهم ریاضی A..........

۱ (۲)

$y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=f(x) \Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow x=\frac{3}{2}y-\frac{1}{2} \Rightarrow x+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}y \Rightarrow y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=f^{-1}(x)$

$\Rightarrow x=0 \Rightarrow y=\frac{1}{3}$

$y=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow$



$\Rightarrow S=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{2}=\frac{1}{12}$ ✓

۲ (۲)

$x_s=-\frac{b}{2a}=\frac{2}{2}=1 \Rightarrow$ هر دو تابع یک به یک

الف) $f(x)=x^2-2x+1+2=(x-1)^2+2$

$\Rightarrow f^{-1} \Rightarrow x=(y-1)^2+2 \Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}+1$

$D_{f^{-1}}=[2,+\infty)$ ✓

ب) $f(x)=(x-1)^2+2$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}+1$

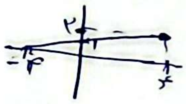
$D_{f^{-1}}=R_f=(3-1)^2+2=[6,+\infty)$ ✓

۳ (۲)

$f(x)=2x-\sqrt{4x^2-16x+16}=2x-2\sqrt{(x-2)^2}=2x-2|x-2|$

$f(x)=\begin{cases}4x-4 & x\le 2\\ 4 & x\ge 2\end{cases} \Rightarrow (-\infty,2]$ در بازه $\Rightarrow$ ① $D_{f^{-1}}=R_f=(-\infty,4]$ ✓

$f^{-1} \Rightarrow x=4y-4 \Rightarrow \frac{x+4}{4}=y \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1}{4}x+1$ ✓



$S_{ذوزنقه}=\frac{(1+2)\times 4}{2}=3\times 2=6$ ✓

۴ (۲)

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \Rightarrow x_1\sqrt{x_2^2-5}=x_2\sqrt{x_1^2-5} \Rightarrow x_1^2(x_2^2-5)=x_2^2(x_1^2-5)$

$\Rightarrow x_1^2x_2^2-5x_1^2=x_1^2x_2^2-5x_2^2 \Rightarrow -5x_1^2=-5x_2^2 \Rightarrow x_1^2=x_2^2$

$x_1=x_2$ یا $x_1=-x_2 \Rightarrow x_1=x_2 \to$ در دامنه $x \Rightarrow x>\sqrt{5}$ و $x_1=x_2$ پس $\Rightarrow x<-\sqrt{5}$

$\Rightarrow$ منفی نیست $\Rightarrow$ پس باید در یک بازه دامنه باشند

۴) بخش معکوس تابع

$y\sqrt{x^2-5}=x \Rightarrow y^2(x^2-5)=x^2 \Rightarrow y^2x^2-5y^2=x^2$

$y^2x^2-x^2=5y^2 \Rightarrow x^2=\frac{5y^2}{y^2-1} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}}$

$\Rightarrow y=\pm\frac{\sqrt{5}\,x}{x^2-1} \Rightarrow x>\sqrt{5} \Rightarrow y>0$

$x<-\sqrt{5} \Rightarrow y<0 \Rightarrow$ پس x و y هم‌علامت

$\Rightarrow y=\frac{\sqrt{5}\,x}{x^2-1}=f^{-1}(x)$ ✓

۲

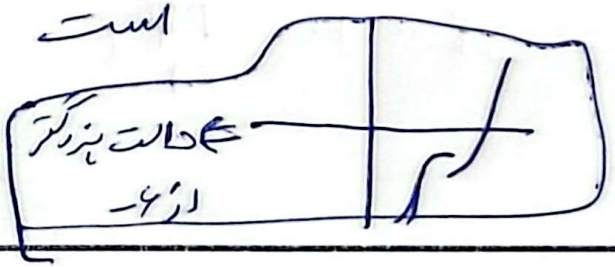
$x=۲ \Rightarrow ۴-۸+k=۰ \rightarrow ۴+۱۲+۳k$

$۲k=-۱۲ \Rightarrow k=-۶$

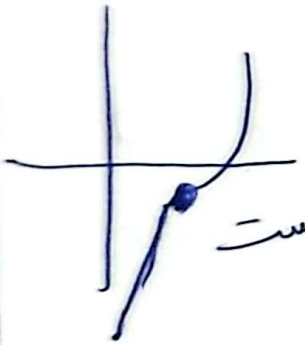
$\Rightarrow$ حداکثر مقدار $k=-۶ \Rightarrow k \in (-\infty, -۶]$ ✓

۵

است



تابع به این صورت است



پس حداکثر مقدار k

برابری عدد ۲ ضابطه است

$y=x^2+|x| \Rightarrow f(x)=\begin{cases} x^2+x & x\geq 0 \\ x^2-x & x<0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}x & x\geq 0 \\ \frac{1}{4}x & x<0 \end{cases}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=ax+b\ |x| \Rightarrow \begin{cases} x\geq 0 \Rightarrow a+b=\frac{1}{2} \\ x<0 \Rightarrow a-b=\frac{1}{4} \end{cases}$ ← شیب خطوط برابر از ضابطه‌ها

$a=\frac{3}{4}$ و $b=\frac{1}{4}$

$a\times b=\frac{3}{16}$ دقت!

۱,۷۵ — ۶

$x=-2 \Rightarrow \frac{10}{2+m}=-10 \Rightarrow m=-3 \Rightarrow f(x)=\frac{3x+4}{x-3} \Rightarrow a+d=0$ ← متقارن با خودش نسبت به مبدأ

$\Rightarrow fof^{-1}(x)=x \Rightarrow y=x+\frac{3x+4}{x-3} \Rightarrow x+\frac{3x+4}{x-3}=x$

$\frac{3x+4}{x-3}=0 \Rightarrow 3x+4=0 \Rightarrow x=-\frac{4}{3}$ ✓

۲ — ۲

$f(2-2x)=2-g(x) \Rightarrow g^{-1}(f)=a \Rightarrow g(a)=f \Rightarrow \frac{x}{2}=a \Rightarrow x=2a$

$\Rightarrow f(2-2a)=2-g(a) \xrightarrow{g(a)=f} f(2-2a)=-2 \Rightarrow f^{-1}(-2)=2-2a$

$fg^{-1}(f)+f^{-1}(-2)=2a+2-2a=2$ ✓

۲ — ۱

---

① $\frac{-5x-13}{x+1}$ → ② $\frac{5x+13}{x+1}$ ⇒ نسبت بصیغ ① و ②

$\Rightarrow \frac{5(x-2)+13}{x-2+1}-3=\frac{5x+3}{x-1}-3=\frac{2x+6}{x-1}=f(x) \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+6}{x-2}$

$\Rightarrow \frac{2x+6}{x-1}=\frac{x+6}{x-2} \Rightarrow (2x+6)(x-2)=(x+6)(x-1) \Rightarrow x^2-3x-6=0$

$|x_1+x_2|=-\frac{b}{a}=3$ ✓

۲ — ۹

$y=x+f[x] \Rightarrow [y=x+f[x]] \Rightarrow [y]=2[x] \Rightarrow [x]=\frac{[y]}{2}$ ①

② $y=x+f[x] \Rightarrow f[x]=y-x$ ②

① و ② $\Rightarrow \frac{y}{2}[y]=y-x \Rightarrow x=y-\frac{y}{2}[y] \Rightarrow f^{-1}(x)=g(x)=x-\frac{x}{2}[x]$

$(f-g)(x)=x+f[x]-x+\frac{x}{2}[x]=\frac{3x}{2}[x]=f_{1,1}[x]$ ✓

۲ — ۲