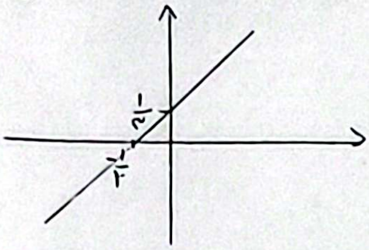
نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۰... کلاس ....

۱

$2y = 3x - 1 \qquad 2y + 1 = 3x \qquad \frac{2}{3}y + \frac{1}{3} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$



$$\frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{12}$$

۲

الف) $y^2 - 2y + 3 = x \qquad (y-1)^2 + 2 = x \qquad (y-1)^2 = x - 2$: f در این دامنه یک به یک است

$y - 1 = \pm\sqrt{x-2} \qquad y = 1 \pm \sqrt{x-2}$ → غ ق ق

جون دامنهٔ f $(1, +\infty]$ و $D_f = R_{f^{-1}}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-2}$

$D_{f^{-1}} : x \geq 2$

ب) در این دامنه هم f یک به یک است:

$f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-2}$

جون $R_{f^{-1}} = D_f = [3, +\infty)$ بنابراین $D_{f^{-1}} = [6, +\infty)$

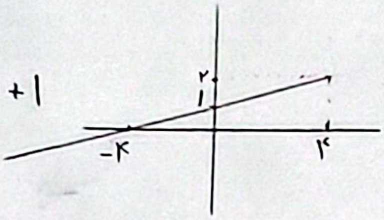
۳

$$f(x) = 2x - \sqrt{4(x^2 - 4x + 4)} = 2x - 2|x-2| = \begin{cases} 4 & x > 2 \\ 4x - 4 & x \leq 2 \end{cases}$$

بنابراین تابع در بازهٔ $(-\infty$ و $2]$ یک به یک است :

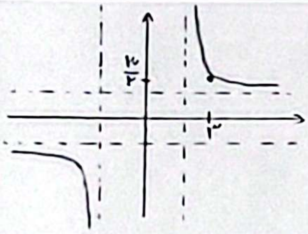
$f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1$

$D_{f^{-1}} : (-\infty, 4]$



$$S = \frac{8 \times 2}{2} = 8$$

۴



یک به یک است

$$x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 5}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 5}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{5x^2}{x^2 - 1} \xrightarrow{\text{x و y هم علامتند}} y = \frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

۵

$g(2) \geq g(2^-)$

$k - 4 \geq 8 + 3k$

$-2k \geq 12$

$k \leq -6$

۶

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & x \geq 0 \\ \frac{x}{2} & x < 0 \end{cases} \qquad \frac{\frac{x}{4}+\frac{x}{2}}{2} = \frac{3}{8}x$$

$$\frac{3}{8}x - \frac{x}{4} = \frac{1}{8}x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{3}{8}x - \left|\frac{1}{8}x\right| = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}|x| \qquad ab = \frac{3}{8}\times\left(-\frac{1}{8}\right) = -\frac{3}{64}$$

۷

$$f(2) = -10 \Rightarrow \frac{10}{2+m} = -10 \Rightarrow m = -3 \Rightarrow 3 = -(-3) = -m \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow f\circ f^{-1}(x) = x \qquad x + \underbrace{f^{-1}(x)}_{=f(x)} = x \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

۸

$$f(3-2x) = 2 - g\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow f(3-4x) = 2 - g(x) \Rightarrow g(x) = 2 - f(3-4x) = t$$

$$g^{-1}(t) = x \quad , \quad f^{-1}(2-t) = 3-4x \Rightarrow x = \frac{f^{-1}(2-t)-3}{-4}$$

$$g^{-1}(t) = \frac{f^{-1}(2-t)-3}{-4} \Rightarrow g^{-1}(4) = \frac{-f^{-1}(-2)+3}{4} \Rightarrow 4g^{-1}(4) + f^{-1}(-2) = 3$$

۹

قرینه نسبت به مبدأ $: -\left(\frac{-5x-13}{1+x}\right) = \frac{5x+13}{-1-x} \Rightarrow \frac{5(x-2)+13}{-(x-2)-1} - 3 = \frac{8x}{-x+1}$

$$f(x) = \frac{8x}{-x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x}{-x-8} = \frac{x}{x+8} \qquad \frac{8x}{-x+1} = \frac{x}{x+8} \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{8}{-x+1} = \frac{1}{x+8} \Rightarrow x = -7 \qquad -7+0 = -7$$

۱۰

$$x + 4[x] = y \Rightarrow y + 4[y] = x \qquad [x] = [y+4[y]]$$

$$5[y] = [x] \Rightarrow [y] = \frac{[x]}{5} \qquad y + 4\times\frac{[x]}{5} = x$$

$$y = x - \frac{4}{5}[x] \qquad (f-g)(x) = x + 4[x] - x + \frac{4}{5}[x] = \frac{24}{5}[x]$$