

عبارت زیر را یکال تابع است پس برای هر x که خودی دارد $y = \sqrt[3]{2x^2 + 2x - 1} \rightarrow y^3 = 2x^2 + 2x - 1$ (الف)
و هر عدد y یک ریشه سوم دارد پس برای هر y عددی عبارت y^3 که خودی دارد تابع است.

تابع نیست. $x = \frac{x}{y} \rightarrow \frac{x}{y} \cos y = y(1) \rightarrow \frac{x}{y} \cos y = 0 \rightarrow y = k\pi + \frac{\pi}{2}$

تابع است. $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 4xy \rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow y=x$
همواره می‌تواند غیر صفر

تابع است. $x^2 + y^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \rightarrow (x-y)(y^2 + 2) = 0 \rightarrow x=y$

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & ; |x-1| \geq 2 \rightarrow 3 \leq x \leq -1 \\ a + 2x & ; -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$

$f(-1) = 2 - b = a - 2 \rightarrow b + a = 4$

$f(x) = -x^2 - bx + a$, $P_f = [b, a]$

$\frac{b}{-1} + \frac{a}{1} = 0 \rightarrow b < a$

اگر a صفر نباشد $a+b-1=0$
 $-a^2 - ab + a = 0 \rightarrow a(-a-b+1) = 0 \rightarrow a(a+b-1) = 0 \rightarrow a+b-1=0$
 $-b^2 - b^2 + a = 0 \rightarrow -2b^2 + a = 0$
 $a+b-1=0 \rightarrow -2b^2 + a = a+b-1 \rightarrow -2b^2 - b + 1 = 0 \rightarrow b = -1, \frac{1}{2}$
 $-2b^2 + a = 0 \rightarrow a = 2, b = -1$ و $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$
در هر دو حالت $a+b=1$

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$, $D_f = (-\infty, 2)$

برای آنکه تابع خطی است $a=0$
 $\rightarrow y = \frac{2}{\sqrt{bx + c}} \rightarrow 2b + c = 0 \rightarrow c = -2b$
باقی بماند و برای آنکه برای هر x تعریف شده باشد
عبارت مثبت است پس $b > 0$ می‌باشد.

$3a + c - 3|b| = 3(0) + (-2b) - 3(-b) = b$

(الف) $|x| - [x] \neq 0 \rightarrow |x| - [x] = 0 \rightarrow |x| = [x] \rightarrow x \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$

$D_f = \mathbb{R} - (\mathbb{Z}^+ \cup \{0\})$

(ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow x \geq 0$ (I)

$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 81$ (II)

$D_f = (I) \cap (II) = [0, 81]$

$$\text{الف) } 3x-1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{3} \quad (\text{I})$$

$$x > 0, x \neq 1 \quad (\text{II})$$

$$\log_3 x^{3x-1} \geq 0 \rightarrow 3x-1 \geq 1 \rightarrow x \geq \frac{2}{3} \quad (\text{III})$$

$$\rightarrow D_f = (\text{I}) \cap (\text{II}) \cap (\text{III}) = \left[\frac{2}{3}, +\infty\right) - \{1\}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{\sqrt{x+1} - |x|} > 0 \rightarrow \sqrt{|x|} = t \quad \frac{1}{-t^2 + t + 1} > 0 \quad \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{-1 \pm 1} = \frac{-2 \pm 2}{-1 \pm 1}$$

$$\sqrt{|x|} < 2 \rightarrow 0 < \sqrt{|x|} < 2 \quad 0 < |x| < 4 \quad -4 < x < 4 \rightarrow D_f = (-4, 4)$$

$$y = \sqrt{\frac{3x+2}{x+b}} + a = \sqrt{\frac{(3+a)x+2+ab}{x+b}} \rightarrow \frac{(3+a)x+2+ab}{x+b} \geq 0$$

$$D_f = (2, +\infty) \rightarrow \begin{matrix} \text{نقطة} \\ \text{مخرج} \end{matrix} \begin{matrix} \text{مخرج} \\ \text{نقطة} \end{matrix} \rightarrow b = -2$$

$$y = \frac{1}{x-2}$$

$$b = -2$$

$$f(x) \begin{cases} 2x-1; [x] > 4 \rightarrow 4 < [x] \rightarrow 4 < x \\ 2x+3; [x] \leq 4 \rightarrow 4 \geq [x] \rightarrow 4 \geq x \end{cases} \quad y = \sqrt{f(x)-x+1} \rightarrow f(x)-x+1 \geq 0$$

$$4 < x \xrightarrow{(\text{I})} 2x-1-x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \xrightarrow{(\text{II})} (\text{I}) \cap (\text{II}) = [4, +\infty)$$

$$x < 4 \xrightarrow{(\text{III})} -x+1+2x+3 \geq 0 \rightarrow -\frac{4}{3} \leq x \xrightarrow{(\text{IV})} (\text{III}) \cap (\text{IV}) = \left(-\frac{4}{3}, 4\right)$$

$$D_f = \left(-\frac{4}{3}, 4\right) \cup [4, +\infty) = \left(-\frac{4}{3}, +\infty\right)$$

$$\frac{2x^3 + 34x^2 + 11x + 3}{(x^2 + 5x + 1)^2} = \frac{3(1x^3 + 12x^2 + 4x + 1)}{(x^2 + 5x + 1)^2} = \frac{3(2x+1)^2}{((2x+1)^2)^2}$$

$$\frac{3(2x+1)^2}{(2x+1)^4} = \frac{3(2x+1)^2}{(2x+1)^2(2x+1)^2} \xrightarrow{x = -\frac{1}{2} \notin D_f} \frac{3}{2x+1}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$$2x-a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{2} \quad (\text{I})$$

$$1 - \log(2x-a) \geq 0 \rightarrow 1 \geq \log(2x-a) \rightarrow 1. \geq 2x-a \rightarrow x \leq \frac{1.0+a}{2} \quad (\text{II})$$

$$D_f = (\text{I}) \cap (\text{II}) \rightarrow D_f = \left(\frac{a}{2}, \frac{1.0+a}{2}\right] = (b, c] \rightarrow \begin{matrix} b = \frac{a}{2} \\ c = \frac{1.0+a}{2} \end{matrix}$$

$$c-b = \frac{1.0+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{1.0}{2} = 0.5$$