

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \rightarrow y^3 = 2x - 1 + 2x^2$
 $y^3 = 2x^2 + 2x - 1 \rightarrow y_1^3 = x_1^3$
 $y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \rightarrow y_1 = x_1$
 تابع $y = x$

ب) $x \cos y = x \cos x$ $x = x_0$ $x_0 \cos y = x_0 \cos x_0$
 $\rightarrow x_0 \cos y = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ و ...
 پس عبارت تابع نسبت به x در x_0 یک خط عمودی داریم.

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ $x, y > 0$
 فقط یک مقدار داریم $x = y$
 پس تابع $y = x$

د) $x^2 + 2x - x^3 - 2x = 0$
 $\rightarrow x(x^2 + 2 - x^3 - 2) = 0 \rightarrow (x - y)(x^2 + 2) = 0$
 معادله برقرار است $\rightarrow x = y$ پس $y = x$ حاصل می شود
 پس $x = y$ صفر شود
 تابع $y = x$

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & -2 \leq x \leq 1 \end{cases}$
 $|x-1| \geq 2 \rightarrow x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3$
 $x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1$
 چون تابع داریم
 این دو ضابطه باید در ازای $x = -1$ یکسان باشند.
 $f(-1) = 2(-1)^2 - b = a + 2(-1) \rightarrow 2 - b = a - 2 \rightarrow a + b = 4$

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$, $Df = [b, a]$
 $-x^2 - bx + a > 0 \rightarrow x^2 + bx - a \leq 0$
 $Df = [-1, 2]$
 $a + b = 2 + (-1) = 1$

باقی بماند باز چنانچه $a + b = -\frac{b}{a} = -b \rightarrow a + b = -b$
 $\rightarrow a = -2b$
 $ab = \frac{c}{a} = -a \rightarrow ah = -a$
 $\rightarrow h = -1$
 $a = -2b$
 $a = -2(-1) = 2$
 $a = 2$

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ $D_x = (-\infty, 2) \rightarrow$ یعنی ریشه منفی داریم
 عدد 2 بوده و در ازای $x = 2$ عدد 2 از 2 هم زیر رادیکال مثبت بوده
 یعنی عبارت زیر رادیکال $ax^2 + bx + c$ در $x = 2$ یک خط بود

$bx + c = \frac{x^2}{y} \rightarrow 2b + c = 0 \rightarrow c = -2b$
 $3a + c - 3|b| = -2b - 3|b| = -2b + 3b = b$
 $b < 0$
 چون به ازای $x = 2$ عدد 2 از 2 هم زیر رادیکال مثبت بوده

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}}$, $|x| - [x] \neq 0$ اعداد مثبت و منفی (اعداد صحیح)
 رانق توان شده اند چون سفری کمتر

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ ①

① $\cap$ ② $\rightarrow Df = [0, 81]$
 $\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x}$
 $9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x} \leq 9 \rightarrow x \leq 81$ ⑤

نیاید شرط اولیه $x > 1$

الف) $f(x) = \sqrt{\log_2 x - 1}$ ① $x > 0 \Rightarrow x \neq 1$ ② $2x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$ ③ $\log_2 x - 1 \geq 0 \Rightarrow \log_2 x \geq 1 \Rightarrow x \geq 2$

① ② ③ $\rightarrow D_f = (\frac{1}{2}, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$

ب) $f(x) = \log \frac{1}{x + \sqrt{1-x} - |x|}$, $\frac{1}{x + \sqrt{1-x} - |x|} > 0 \rightarrow x + \sqrt{1-x} - |x| > 0 \xrightarrow{t = \sqrt{1-x}}$

$x + t - t^2 > 0 \rightarrow t^2 - t - x < 0 \rightarrow \frac{(t-3)(t+2)}{t+2} < 0$ تعیین $t = \sqrt{1-x}$ $x = \pm 9$ جوابی نیست زیرا $t \geq 0$ $\sqrt{1-x} = 3 \Rightarrow x = -8$ حاصل را در ابتدا لگاریتم نمی شود

$\frac{-9}{t+2} < 0 \Rightarrow D_f = (-9, 9)$

$y = \sqrt{\frac{3x+2}{x+b} + a}$, $D_y = (2, +\infty)$

$\frac{3x+2}{x+b} + a \geq 0$ باقیمانده بازه را در نظر بگیرد $\rightarrow 2 \neq -b \rightarrow b = -2$ $x+b \neq 0 \rightarrow x \neq -b$

$y = \sqrt{f(x) - x + 1}$ $f(x) \begin{cases} 2x-1 \cdot [x] > f \rightarrow x \geq 0 \\ f \cdot x+2 \cdot [x] \leq f \rightarrow x \leq \omega \end{cases}$

① $x \geq 0 \rightarrow y = \sqrt{2x-1-x+1} = \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0$ باقیمانده بازه اولیه $x \geq 0$ ②

④ $x \leq \omega \rightarrow y = \sqrt{f \cdot x + 2 - x + 1} = \sqrt{f \cdot x + 3} \rightarrow 3x + 4 \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{4}{3}$ باقیمانده بازه اولیه $-\frac{4}{3} \leq x \leq \omega$ ⑤

③ ⑤ $\rightarrow D_y = [-\frac{4}{3}, +\infty)$ اجتماع x

$y = \frac{24x^3 + 36x^2 + 18x + 3}{(4x^2 + 4x + 1)^2} = \frac{24x^3 + 36x^2 + 4x + 1}{(4x^2 + 4x + 1)^2} = \frac{3(4x^2 + 1)}{(4x^2 + 4x + 1)^2} = \frac{3}{4x+1}$

برای دامنه نباید عبارت را ساده کنیم $\leftarrow$ $4x^2 + 4x + 1 \neq 0 \rightarrow (2x+1)^2 \neq 0 \rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$

$D_y = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$

$y = \sqrt{1 - \log_2(2x-a)}$, $2x-a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{2}$ $1 - \log_2(2x-a) \geq 0 \rightarrow \log_2(2x-a) \leq 1 \rightarrow 2x-a \leq 10$

$D_y = \frac{a}{2} < x \leq \omega + \frac{a}{2} = (\frac{a}{2}, \omega + \frac{a}{2}] = (b, c]$ $\rightarrow 2x \leq 10 + a \rightarrow x \leq \omega + \frac{a}{2}$

$\rightarrow b = \frac{a}{2}$ $c - b = \omega + \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = \omega$

$c = \omega + \frac{a}{2}$