۱۸

پارسا طلائی یازدهم ریاضی A تقاطع ۱

۲

۱) الف) تعریف تساوی $\Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow$ تابع ۱-۱

ب) $x\cos y = y\cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2}\cos y = 0$

$\Rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \ldots \Rightarrow$ تابع نیست

پ) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x^2+2xy+y^2 = 4xy$

$\Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow$ تابع ۱-۱

ت) $xy^2+2x-y^3-2y = 0 \Rightarrow (x-y)(y^2+2) = 0$

$\Rightarrow (y^2+2) > 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow$ تابع ۱-۱

۲- ۲

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2-b & |x-1|\ge 2 \\ a+4x & -2\le x\le 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow x-1\ge 2 \Rightarrow x\ge 3$ یا $x-1\le -2 \Rightarrow x\le -1$

AYLAR

$\Rightarrow f(-1) = ۲(-1)^۲ - b = a + ۲(-1) \rightarrow ۲ - b = a - ۲$

$\Rightarrow a + b = ۴$

۳-

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^۲} \Rightarrow D_f = [b, a]$ ۲

$\Rightarrow -x^۲ - bx + a \geq 0 \Rightarrow x^۲ + bx - a \leq 0$

$\Rightarrow$ جمع ریشه‌ها $= a + b = -\frac{b}{a} \Rightarrow a + b = -b$

$ab = -a$

$\Rightarrow$ ضرب ریشه‌ها $= ab = \frac{c}{a} \Rightarrow a = -۲b$

$b = -1$

$\Rightarrow a = ۲ \Rightarrow D_f = [-1, ۲]$ $۲ - ۱ = ۱$

۴- یک ریشه ساده دارد $\Leftarrow a = ۰ ,\ \frac{۲}{+۱} -$

$c = -۲b \Leftarrow b \cancel{x} + c = ۰ \Leftarrow b \neq ۰$

$-۲b + ۳b = b$

۵. الف) $\sqrt[4]{\frac{1}{|x|-[x]}} \Rightarrow |x|-[x]\neq 0$

مخرج صفر نشود $\Rightarrow D_f = \mathbb{R}-\mathbb{W}$

ب) $f(x)$ $\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \Rightarrow x,y\geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{y}=9-\sqrt{x} \Rightarrow 9-\sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow 9\geq\sqrt{x}$

$\Rightarrow 81\geq x \Rightarrow D_f=[0,81]$

۶. الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $\quad x>0\ ,\ x\neq 0$

$3x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{3}$

$\log_x^{3x-1}\geq 0 \begin{cases} x\geq\frac{2}{3} \\ \text{یا } x\leq\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow D_f=(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]$

$\cup\,(1,+\infty)$

ب) $f(x)=\log\frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|}$ >0

$\Rightarrow 4+\sqrt{|x|}-|x|>0 \Rightarrow |x|-\sqrt{|x|}-4<0$

$\Rightarrow (\sqrt{|x|}-4)(\sqrt{|x|}+4)<0 \Rightarrow$ $-9 \quad 9$; $+ \quad - \quad +$

AYLAR

$D_f = (-۹, ۹) \Rightarrow x = \pm ۹ \Rightarrow \sqrt{|x|} = ۳$

$y = \sqrt{\frac{۳x+۲}{x+b} + a}$, $D_y = [۲, +\infty)$ ـ۵

۲

$\frac{۳x+۲}{x+b} + a \geq 0$ $\quad x+b \neq 0 \Rightarrow x \neq -b$

$\Rightarrow ۲ \neq -b \Rightarrow b = -۲$

$y = \sqrt{f(x) - x + 1}$ $\quad f(x) = \begin{cases} ۲x-1 & [x] \geq 0 \\ ۴x+۳ & [x] < 0 \end{cases}$ $\rightarrow x \geq 0$, $x < 0$

ـ۸

۲

$x \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{۲x-1-x+1} = \sqrt{x} \Rightarrow x \geq 0$

$x < 0 \Rightarrow y = \sqrt{۴x+۳-x+1} = \sqrt{۳x+۴} \Rightarrow x \geq -\frac{۴}{۳}$

$\Rightarrow D_y = [-\frac{۴}{۳}, +\infty)$

$y = \frac{۲۴x^۳ + ۳۶x^۲ + ۱۸x + ۳}{(۴x^۲+۴x+1)^۲} \Rightarrow \frac{۳(۲x+1)^۳}{(۲x+1)^۴}$ ـ۹

۲

$\Rightarrow \frac{۳}{۲x+1} \Rightarrow ۲x+1 \neq 0 \Rightarrow D_y = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{۲}\}$

AYLAR

$y = \sqrt{1-\log(2x-a)} \Rightarrow 2x-a>0 \Rightarrow x > \frac{a}{2}$

$1-\log(2x-a) \geq 0 \Rightarrow$

2

$\Rightarrow \log_{10}^{2x-a} \leq 1 \Rightarrow 2x-a \leq 10$

$\hookrightarrow 2x \leq 10+a$

$\hookrightarrow x \leq 5+\frac{a}{2}$

$\Rightarrow D_y = \left(\frac{a}{2}, 5+\frac{a}{2}\right) \Rightarrow (b, c)$

$b = \frac{a}{2} \Rightarrow c = 5+\frac{a}{2}$

$\Rightarrow c-b = 5+\frac{a}{2}-\frac{a}{2} = 5$