نام و نام خانوادگی ....آیدین جابلی......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...1... کلاس دوازدهم پسر A

۱

الف) $y^3 = 2x^2 + 2x - 1$

تعریف ریاضی $y = \sqrt[3]{2x^2 + 2x - 1}$

$$\begin{cases} y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases}$$

$\to y_1^3 = y_2^3$

$\to \boxed{y_1 = y_2}$ تابع است

ب) $x\cos y = y\cos x$

مثال نقض

$x = \frac{\pi}{2} \to \frac{\pi}{2}\cos y = y\cos\frac{\pi}{2}$

$\to \frac{\pi}{2}\cos y = 0$

$\to \cos y = 0$

$y = k\pi + \frac{\pi}{2}$

y بی‌شمار جواب دارد
پس تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0$

$x + y = 2\sqrt{xy}$

$x + y - 2\sqrt{xy} = 0$

$\to (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0$

$\to \sqrt{x} = \sqrt{y}$

$\to \boxed{x = y}$ تابع است

تابع همانی

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0$

$x(y^2 + 2) = y^3 + 2y$

$x = \frac{y^3 + 2y}{y^2 + 2} = \frac{y(y^2 + 2)}{y^2 + 2}$

$\longrightarrow \boxed{x = y}$ تابع است

زیرا به ازای هر x فقط 1 y وجود دارد

۲

$|x-1| \geq 2 \to \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$

$$\begin{cases} f(-1) = a + 2(-1) = a - 2 \\ f(-1) = 2(-1)^2 - b = 2 - b \end{cases} \Longrightarrow a - 2 = 2 - b \to \boxed{a + b = 4}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 3 \\ 2x^2 - b & x \leq -1 \\ a + 2x & -3 < x < -1 \end{cases}$$

۳

$-x^2 - bx + a \geq 0$

$\to x^2 + bx - a \leq 0$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a}}{2} \xrightarrow{x^2 + bx - a \leq 0} D_f = [x_1, x_2]$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 + 4a}}{2}$

$\to a + b = x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 + 4a}}{2} + \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4a}}{2} = \frac{-2b}{2} = -b$

۴

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$a = 0 \to bx + c > 0 \to x < \frac{-c}{b} \to \frac{-c}{b} = 2 \xrightarrow{b < 0} c = -2b$

$3a + c - 3|b| = 3 \times 0 + (-2b) - 3|b| = -2b - 3(-b) = b$

$\to \boxed{3a + c - 3|b| = b}$

۵

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}} \to |x| - [x] \neq 0 \to |x| \neq [x] \to \boxed{D_f = \mathbb{R} - \mathbb{W}}$

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$

$\to \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \to 9 - \sqrt{x} \geq 0 \to \sqrt{x} \leq 9 \to x \leq 81$ ②   ① ∩ ② $= D_f = [0, 81]$

$x \geq 0$ ①

الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $\quad x\neq 1,\ x>0,\ 3x-1>0 \to x>\frac{1}{3}$

if $x>1$, $\log_x^{3x-1}\geq 0 \to 3x-1\geq 1 \to x\geq \frac{2}{3}$ $\to x>1$

if $0<x<1$ $\log_x^{3x-1}\geq 0 \to 3x-1\leq 1 \to x\leq \frac{2}{3}$ $\to 0<x\leq \frac{2}{3}$

$\to D_f=(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

ب) $\log \frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}$ $\quad \frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \to \underset{-\ \ +\ \ -}{-9\quad 9} \to \boxed{D_f=(-9,9)}$ ۶

$\to \sqrt{|x|}\neq 3 \to |x|\neq 9 \to x\neq \pm 9$

$6+\sqrt{|x|}-|x|\neq 0 \xrightarrow{\sqrt{|x|}=t} 6+t-t^2\neq 0 \to t^2-t-6\neq 0 \to (t-3)(t+2)\neq 0 \to \begin{cases} t\neq -2 \ \times \\ t\neq 3 \to \sqrt{|x|}\neq 3 \end{cases}$

$y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}}+a$ $\quad \underset{\text{نقطه مرزی}}{x=2} \to \frac{3(2)+2}{2+b}+a=0 \to a=-\frac{8}{2+b}$

$\to \frac{3x+2}{x+b}-\frac{8}{2+b}\geq 0 \to f(x)=(3b-2)x+(4-6b) \to 3b-2>0 \to \boxed{b>\frac{2}{3}}$ ۷

$\to \frac{(3x+2)(2+b)-8(x+b)}{(x+b)(2+b)}\geq 0 \to$ صورت: $6x+3bx+4+2b-8x-8b=(3b-2)x+(4-6b)$

$6b-4+4-6b=0 \xleftarrow{x=2}$

$f(x)=\begin{cases} 2x-1 & , x\geq 5 \\ 4x+3 & , x<5 \end{cases}$ $\qquad ①\cup② = D_f=[-\frac{4}{3},+\infty)$

$y=\sqrt{f(x)-x+1}$ ۸

$\to f(x)-x+1\geq 0 \to 2x-1-x+1\geq 0 \to x\geq 0 \xrightarrow{x\geq 5} x\geq 5$ ①

$\to 4x+3-x+1\geq 0 \to 3x\geq -4 \to x\geq -\frac{4}{3} \xrightarrow{x<5} -\frac{4}{3}\leq x<5$ ②

$y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}=\frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{((2x+1)^2)^2}=\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4}=\frac{3}{2x+1}$

$2x+1\neq 0 \to x\neq -\frac{1}{2} \to D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$ ۹

$y=\sqrt{1-\log(2x-a)}$ $\qquad \to \frac{a}{2}<x\leq 5+\frac{a}{2} \to D_f=(\frac{a}{2},5+\frac{a}{2}]$

$\to c-b=5+\frac{a}{2}-\frac{a}{2}=\boxed{5}$

$2x-a>0 \to 2x>a \to x>\frac{a}{2}$ ۱۰

$1-\log(2x-a)\geq 0 \to \log_{10}(2x-a)\leq 1 \to 2x-a\leq 10 \to 2x\leq 10+a \to x\leq 5+\frac{a}{2}$