۲۰ آفرین ٬٬

مرسا نجاتی / تکلیف ۸

$f(x)=\sqrt{\log_{۲}^{(x-۱)}}$ $g(x)=\sqrt{-x^{۲}+۴x-۴}$ $gof(x)$ ①

②

$D_{gof(x)}=\{x|x\in D_f, f(x)\in D_g\}$

$I: \log_{۲}^{x-۱}\geq ۰ \to x-۱\geq ۱ \to x\geq ۲$

$-x^{۲}+۴x-۴\geq ۰ \to b^{۲}-۴ac=۱۶-۱۶=۰ \to x=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۴}{-۲}=۲$

$D_{g(x)}=\{۲\}$

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{۲^{*}} \\ - & - \end{array}$$

$II: f(x)\in D_g \to \sqrt{\log_{۲}^{x-۱}}=۲ \to \log_{۲}^{x-۱}=۴ \to x-۱=۱۶ \to x=۱۷$

$I\cap II: \{۷\}$ $D_{gof(x)}=\{۱۷\}$ ✓

$f(x)=۲x-۵ \quad g(x)=x^۲-۳x+۸ \quad fog(x)=gof(x)$ (۲)

$۲(x^۲-۳x+۸)-۵=(۲x-۵)^۲-۳(۲x-۵)+۸ \rightarrow$ (۴)

$۲x^۲-۶x+۱۶-۵=۴x^۲-۲۰x+۲۵-۶x+۱۵+۸ \rightarrow$

$۲x^۲-۶x+۱۱=۴x^۲-۲۶x+۴۸ \rightarrow ۲x^۲-۲۰x+۳۷=۰ \leftarrow \Delta>۰$

۲ ریشه دارد

$\beta^۲+\alpha^۲=(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta=(-\frac{b}{a})^۲-۲\frac{c}{a}=(\frac{۲۰}{۲})^۲-۲(+\frac{۳۷}{۲})=$

$۱۰۰-۳۷=۶۳$ ✓

$gof(x)=۵x^۲+۱۱ \quad f(x)=۲x \quad g(x-۷)$ (۳)

$۲x=t \rightarrow x=\frac{t}{۲} \Rightarrow ۵(\frac{t}{۲})^۲+۱۱=\frac{۵t^۲}{۴}+۱۱ \rightarrow g(x)=\frac{۵x^۲}{۴}+۱۱$ (۲)

$g(x-۷)=\frac{۵(x-۷)^۲}{۴}+۱۱=\frac{۵}{۴}(x^۲-۱۴x+۴۹)+۱۱=$

$\frac{۵x^۲}{۴}-\frac{۷۰x}{۴}+\frac{۲۸۹}{۴} \xrightarrow{a>۰}$ رأس $x=\frac{-b}{۲a}=\frac{\frac{۷۰}{۴}}{\frac{۵}{۲}}=\frac{۱۴}{۲}=۷$

$x=۷ \rightarrow \frac{۲۴۵}{۴}-\frac{۴۹۰}{۴}+\frac{۲۸۹}{۴}=\frac{۴۴}{۴}=۱۱$ ✓

$f(x)=۳x-۴ \quad fog(x)=۳x^۲-۶x-۱ \quad gof(x)$ (۴)

$۳g(x)-۴=۳x^۲-۶x-۱ \rightarrow ۳g(x)=۳x^۲-۶x+۳ \rightarrow$ (۲)

$g(x)=x^۲-۲x+۱$

$gof(x)=(۳x-۴)^۲-۲(۳x-۴)+۱=۹x^۲-۲۴x+۱۶-۶x+۸+۱=$

$۹x^۲-۳۰x+۲۵$ ✓

$۲g(x)=۳f(x)-۱۴$ (۵)

$f(x)-g(x)=-x+۵ \xrightarrow{\times ۳} ۳f(x)-۳g(x)=-۳x+۱۵ \rightarrow$ (۲)

$۳f(x)=-۳x+۱۵+۳g(x)$

$۲g(x) = -۳x+۱۵+۳g(x)-۱۴ \Rightarrow g(x) = ۳x-۱$

$۶x-۲ = ۳f(x)-۱۴ \rightarrow ۳f(x) = ۶x+۱۲ \rightarrow f(x) = ۲x+۴$

$fog(x) = ۲(۳x-۱)+۴ = ۶x+۲$

$۶x+۲=0 \rightarrow x = -\frac{۱}{۳} = a$ ✓

$f(x) = ۹^x \quad g(x) = \log_۳ x \quad fog(x) \leq gof(x)$ ⑨

۲

$۹^{\log_۳ x} \leq \log_۳ ۹^x \rightarrow x^{\log_۳ ۹} \leq x\log_۳ ۹ \rightarrow x^۲ \leq ۲x \rightarrow x^۲-۲x \leq 0$

$\rightarrow \underset{x=0 \quad x=۲}{x(x-۲)} \leq 0 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & 0 & & ۲ & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \rightarrow [0,۲] \rightarrow \{0,۱,۲\} \rightarrow$ ۳ عدد ✓

$f\left(\frac{x^۲-۲}{x}\right) = x^۲+x-۴-\frac{۲}{x}+\frac{۴}{x^۲}$ ضابطه‌ی $f(x)$؟ ۲ ⑦

$f\left(x-\frac{۲}{x}\right) = \left(x-\frac{۲}{x}\right)^۲+x-\frac{۲}{x} \xrightarrow{x-\frac{۲}{x}=t} f(t) = t^۲+t \rightarrow$

$f(x) = x^۲+x$ ✓

$f(x) = \log_۲ x \quad g(x) = ۸x-x^۲ \quad A = D_{fog} \quad B = R_{fog}$ ⑧

$A \cap B$?

$fog(x) = \log_۲ ۸x-x^۲$

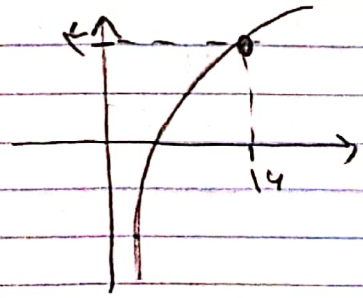
۲

$D_{fog} = ۸x-x^۲>0 \rightarrow \underset{x=0}{-x}(\overset{۸}{x-۸})>0 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & 0 & & ۸ & \\ - & 0 & + & 0 & - \end{array} \rightarrow (0,۸) = A$

$fog(x) = \log_۲ ۸x-x^۲$

$\frac{-b}{۲a} = \frac{-۸}{-۲} = ۴$

$۸(۴)-۱۶ = ۱۶$



$\rightarrow R_{fog} = (-\infty,۴] = B$

$A \cap B = (0,۴] \rightarrow \{۱,۲,۳,۴\} \rightarrow$ ۴ عضو ✓

⑨

$f\circ f(x) = 1-3f^2(x) \quad g(x)=x-1 \quad h(x)=x^3+2x+1$

ع ریشه $h(g(x))=f(x)$

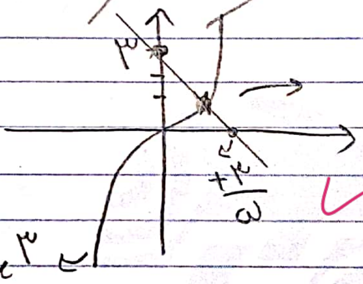
②

$f(f(x)) = 1-3f^2(x) \xrightarrow{f(x)=t} f(t)=1-3t^2 \to f(x)=1-3x^2$

$h(g(x))=f(x) \to (x-1)^3+2(x-1)+1 = 1-3x^2 \to$

$x^3 \cancel{-3x^2} + 3x \cancel{-1} + 2x - 2 \cancel{+1} = 1 \cancel{-3x^2} \to x^3+5x-3=0$

$x^3 = -5x+3 \to$



$\to$ یک ریشه دارد ✓

$f(x)=x-\frac{4}{x} \quad g\circ f(x) = ax^3+2x \quad g(3)=8 \quad a?$ ⑩

$x-\frac{4}{x}=3 \to \frac{x^2-4}{x}=3 \to x^2-4=3x \to x^2-3x-4=0 \to \begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}$

②

$x=-1 \to g(f(-1)) = -a-2=8 \to a=-10$

$x=4 \to g(f(4)) = 64a+8=8 \to a=0$ ✓