نام و نام خانوادگی ...مریم معصومی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۸... کلاس ...دوازدهم سه تکنیه...

۱

$f(x) = \sqrt{\log_2 (x-1)}$

$g(x) = \sqrt{-x^2+4x-4} \rightarrow D_g = \sqrt{-(x^2-4x+4)}$

$D_g = -\sqrt{-(x-2)^2} \rightarrow x=2$

$D_f \rightarrow ①\ x>1$, $②\ \log_2 (x-1) \geq 0 \rightarrow x-1 \geq 1 \rightarrow x \geq 2$

$① \cap ② = x \geq 2$

$D_{g\circ f} = \{x \in D_f \ , \ f(x) \in D_g\}$ $\quad ① \cap ② = 17$

$x \geq 2 \ ①$

$\sqrt{\log_2 (x-1)} = 2$

$\log_2 (x-1) = 4$

$x-1 = 2^4$

$x = 16+1 = 17 \ ②$

۲

$f(x) = 2x-5$

$g(x) = x^2-3x+8$

$fog(x) = 2(x^2-3x+8)-5 = 2x^2-6x+11$

$gof(x) = (2x-5)^2-3(2x-5)+8$

$= 4x^2-20x+25-6x+15+8$

$= 4x^2-26x+48$

$fog_{(x)} = gof_{(x)}$

$2x^2-6x+11 = 4x^2-26x+48 \rightarrow 2x^2-20x+37$

$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-20)}{2} = 10$

$P = \frac{c}{a} = \frac{37}{2}$

$\alpha^2+\beta^2 = S^2-2P = 100-2(\ )(\frac{37}{2}) = 100-37 = \boxed{63}$

۳

$gof(x) = 5x^2+11$ $\quad f(x) = 2x$ $\quad 2x = t \rightarrow x = \frac{t}{2}$ جایگذاری می‌کنیم.

$g(f(x)) = g(2x) = 5x^2+11 \rightarrow g(t) = 5(\frac{t^2}{4})+11 = \frac{5t^2}{4}+11$

$g(x) = \frac{5x^2}{4}+11$

$g(x-7) = \frac{5(x-7)^2}{4}+11 \rightarrow x=7 \rightarrow g(0) = \frac{5(0)}{4}+11 \rightarrow$ کمترین مقدار تابع ۱۱ می‌باشد

چون عبارتی که با ۱۱ جمع می‌شود توان ۲ و همواره مثبت است پس عبارت در صورتی کمترین مقدار را می‌دهد که صفر باشد.

۴

$f(x) = 3x-4$

$fog(x) = 3x^2-6x-1$

$f(g(x)) = 3g(x)-4$

$3g(x)-4 = 3x^2-6x-1 \rightarrow 3g(x) = 3x^2-6x+3 \rightarrow g(x) = x^2-2x+1 = (x-1)^2$

$gof = g(f(x)) = \quad = (3x-4-1)^2 = \boxed{(3x-5)^2}$

۵

$f-g(x) = -x+5 \rightarrow f(x)-g(x) = -x+5$

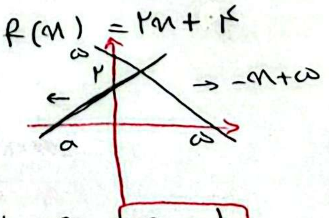
$f(x) - \frac{3}{2}f(x)+7 = -x+5$

$g(x) = \frac{3f(x)-14}{2}$

$x+2 = \frac{1}{2}f(x) \rightarrow f(x) = 2x+4$

$g(x) = \frac{3(2x+4)}{2} - 7 = 3x-1$

$\frac{2}{a}x+2$



$fog(x) = 2(3x-1)+4 = 6x+2 = \frac{2}{a}x+2 \rightarrow \frac{2}{a} = 6 \rightarrow \boxed{a = \frac{1}{3}}$

۶

$f(x)=9^x \qquad g(x)=\log_3 x \quad \rightarrow \quad x>0$ (1)

$fog(x) = 9^{\log_3 x}$ —طبق قوانین لگاریتم→ $x^{\log_3 9} = x^2$

$gof(x) = \log_3 9^x = x\log_3 9 = 2x$

$fog(x) \leq gof(x) \Rightarrow x^2 \leq 2x$

$x^2 \leq 2x \rightarrow x^2-2x \leq 0$ — $0 \quad 2$: $+ \quad - \quad +$ (2) — $(1)\cap(2) \rightarrow$ [۱ و ۲] $\rightarrow$ ۳عدد صحیح

۷

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = \underbrace{x^2+\frac{4}{x^2}-4}\ + x - \frac{2}{x}$

↓

تفکیک می‌کنیم $f\big(\underbrace{x-\frac{2}{x}}_{t}\big) = \left(x-\frac{2}{x}\right)^2 + x - \frac{2}{x}$

$f(t)=t^2+t \rightarrow f(x)=x^2+x$

۸

$f(x)=\log_2 x \qquad g(x)=8x-x^2$

$A = D_{fog} = \{x\in D_g ,\ g(x)\in D_f\}$, $x\in\mathbb{R}$

$D_f \rightarrow x>0$ (1) $\quad 1, 2, 3, 4 \leftarrow A\cap B$

$8x-x^2>0 \rightarrow$ $0 \quad 8$: $- \quad + \quad -$ $\rightarrow (0,8) = A$ (4)

$fog = \log_2^{8x-x^2}$

برد تابع g میان دامنه‌ی تابع f است که پس از جایگذاری دامنه‌ی f برد f بدست می‌آید

$\frac{-b}{2a} = 4 \rightarrow 32-16=16 \rightarrow R_g=(-\infty,16]$ (2)

$(1)\cap(2) = (0,16]$ جایگذاری می‌کنیم $\Rightarrow$ [1, 2, 3, 4] ← مقادیر صحیح قابل قبول ← (3) B

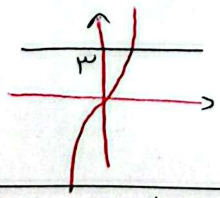
۹

$f(f(x)) = 1-3f^2(x) \xrightarrow{f(x)=t} f(t)=1-3t^2 \rightarrow f(x)=1-3x^2$

$h(g(x)) = (x-1)^3+2(x-1)+1 = x^3-1-3x(x-1)+2x-2+1$

$x^3-3x^2+3x+2x-2 \rightarrow x^3 - \cancel{3x^2} + 5x - 2 = 1 - \cancel{3x^2}$

$x^3+5x=3$



→ یک جواب دارد.

۱۰

$f(x)=x-\frac{4}{x} \qquad gof(x)=ax^3+2x \rightarrow g\left(x-\frac{4}{x}\right)=ax^3+2x$

$x-\frac{4}{x}=3 \xrightarrow{\times x} x^2-3x-4=0 \qquad g(3)=8$

دو طرف تابع را در x ضرب می‌کنیم.

$(x-4)(x+1)=0$

$x=4 \quad x=-1$

$\xrightarrow{x=4} 64a+8=$ ... →

$\boxed{a=0} \qquad \xrightarrow{x=-1} -a-2=8 \rightarrow \boxed{a=-10}$