نام و نام خانوادگی ...مریم معصومی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۸... کلاس ...دوازدهم سه شنبه...

۱۹/۷۵ آفرین !!

۱

$f(x) = \sqrt{\log_۲ (x-۱)}$

$g(x) = \sqrt{-x^۲+۴x-۴}$ → $D_g = \sqrt{-(x^۲-۴x+۴)}$

$D_g = -\sqrt{-(x-۲)^۲} \to x=۲$

D_f → ① $x>۱$ → ② $\log_۲ x-۱ \geq ۰ \to x-۱\geq ۱ \to x\geq ۲$

① ∩ ② $= x\geq ۲$

$D_{g\circ f} = \{x \in D_f \ , \ f(x)\in D_g\}$ ① ∩ ② $=۱۷$ ✓

$x\geq ۲$ ①

$\sqrt{\log_۲ (x-۱)} = ۲$

$\log_۲ x-۱ = ۴$

$x-۱ = ۲^۴$

$x = ۱۶+۱ = ۱۷$ ②

۲

۲

$f(x) = ۲x-۵$

$g(x) = x^۲-۳x+۸$

$f\circ g(x) = ۲(x^۲-۳x+۸)-۵ = ۲x^۲-۶x+۱۱$

$g\circ f(x) = (۲x-۵)^۲-۳(۲x-۵)+۸$

$= ۴x^۲-۲۰x+۲۵-۶x+۱۵+۸$

$= ۴x^۲-۲۶x+۴۸$

$f\circ g_{(x)} = g\circ f_{(x)}$ ↓

$۲x^۲-۶x+۱۱ = ۴x^۲-۲۶x+۴۸ \longrightarrow ۲x^۲-۲۰x+۳۷$

$S = -\frac{b}{a} = \frac{-(-۲۰)}{۲} = ۱۰$

$P = \frac{c}{a} = \frac{۳۷}{۲}$

$\alpha^۲+\beta^۲ = S^۲-۲P = ۱۰۰ - ۲(\ )(\frac{۳۷}{۲}) = ۱۰۰-۳۷ = \boxed{۶۳}$ ✓

۲

۳

$g\circ f(x) = ۵x^۲+۱۱ \qquad f(x) = ۲x \qquad ۲x = t \to x = \frac{t}{2}$ جایگذاری می‌کنیم.

$g(f(x)) = g(۲x) = ۵x^۲+۱۱ \to g(t) = ۵(\frac{t^۲}{۴})+۱۱ = \frac{۵t^۲}{۴}+۱۱$

$g(x) = \frac{۵x^۲}{۴}+۱۱$

$g(x-۷) = \frac{۵(x-۷)^۲}{۴}+۱۱ \to x=۷ \to g(۰) = \frac{۵(۰)}{۴}+۱۱$ → کمترین مقدار تابع ۱۱ می باشد

چون عبارتی که با ۱۱ جمع می‌شود توان ۲ و همواره مثبت است پس مقدار در صورتی کمترین مقدار را می‌دهد که صفر باشد. ✓

۲

۴

$f(x) = ۳x-۴$

$f\circ g(x) = ۳x^۲-۶x-۱$

$f(g(x)) = ۳g(x)-۴$

$۳g(x)-۴ = ۳x^۲-۶x-۱ \to ۳g(x) = ۳x^۲-۶x+۳ \to g(x) = x^۲-۲x+۱$ ↓ $(x-۱)^۲$

$g\circ f = g(f(x)) = \quad = (۳x-۴-۱)^۲ = \boxed{(۳x-۵)^۲}$

۲ ✓

۵

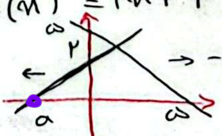
$f-g(x) = -x+۵ \to f(x)-g(x) = -x+۵$

$g(x) = \frac{۳f(x)-۱۴}{۲}$

$f(x) - \frac{۳}{۲}f(x)+۷ = -x+۵$

$x+۲ = \frac{۱}{۲}f(x) \to f(x) = ۲x+۴$

$g(x) = \frac{۳(۲x+۴)}{۲}-۷ = ۳x-۱$



طبق نمودار a باید منفی باشد

$f\circ g(x) = ۲(۳x-۱)+۴ = ۶x+۲ = \frac{۲}{a}x+۲ \to -\frac{۲}{a} = ۶ \to \boxed{a = \frac{-۱}{۳}}$ ✓

۱/۷۵

$-\frac{۲}{a}x+۲ = ۶x+۲ \to a = -\frac{۱}{۳}$

۶

$^*f(x) = ۹^x \qquad ^*g(x) = \log_۳^x \rightarrow x > ۰$ ①

$f\circ g(x) = ۹^{\log_۳^x} \xrightarrow[\text{لگاریتم}]{\text{طبق قوانین}} x^{\log_۳^۹} = x^۲$

$g\circ f(x) = \log_۳^{۹^x} = x\log_۳^۹ = ۲x$

$f\circ g(x) \le g\circ f(x)$

$\downarrow$

$x^۲ \le ۲x$ ✓

②

$x^۲ \le ۲x \rightarrow x^۲ - ۲x \le ۰$

	۰		۲	
+		−		+

② ①∩② → [۲ و ۱ و [illegible]] → ۳عدد صحیح

۷

$f\left(\frac{x^۲-۲}{x}\right) = \underbrace{x^۲ + \frac{۴}{x^۲} - ۴} + x - \frac{۲}{x}$

$\downarrow$

تقلیل می کنیم $f\left(\underbrace{x-\frac{۲}{x}}_{t}\right) = \left(x - \frac{۲}{x}\right)^۲ + x - \frac{۲}{x}$

$f(t) = t^۲ + t \longrightarrow f(x) = x^۲ + x$ ✓

②

۸

$f(x) = \log_۲^x \qquad g(x) = ۸x - x^۲$

$A = D_{f\circ g} = \left\{ \underset{x\in\mathbb{R}}{x \in D_g}\ ,\ g(x) \in D_f \right\}$

$D_f \rightarrow x > ۰$ ① $\quad ۱, ۲, ۳, ۴ \leftarrow A\cap B$ ✓

$۸x - x^۲ > ۰ \hookrightarrow$

	۰		۸	
−		+		−

$\rightarrow (۰, ۸) = A$ ④

②

$f\circ g = \log_۲^{۸x - x^۲}$

$\frac{-b}{۲a} = ۴ \rightarrow ۳۲ - ۱۶ = ۱۶ \rightarrow R_g = (-\infty, ۱۶]$ ②

$① \cap ② = (۰, ۱۶] \xrightarrow{\text{جایگذاری می کنیم}} \Rightarrow \boxed{۱, ۲, ۳, ۴}$ ③ $\xrightarrow{\text{قبول}} B$ → مقادیر صحیح قابل قبول

برد تابع g همان دامنه‌ی تابع f است

که پس از جایگذاری دامنه‌ی f برد f بدست می آید

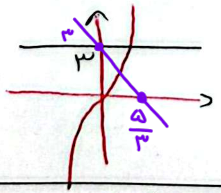
۹

$f(f(x)) = ۱ - ۳f^۲(x) \xrightarrow{f(x)=t} f(t) = ۱ - ۳t^۲ \rightarrow f(x) = ۱ - ۳x^۲$

$h(g(x)) = (x-۱)^۳ + ۲(x-۱) + ۱ = x^۳ - ۱ - ۳x(x-۱) + ۲x - ۲ + ۱$

$x^۳ - ۳x^۲ + ۳x + ۲x - ۲ \rightarrow x^۳ - \cancel{۳x^۲} + ۵x - ۲ = ۱ - \cancel{۳x^۲}$

$x^۳ + ۵x = ۳$



→ یک جواب دارد. ✓

②

۱۰

$f(x) = x - \frac{۴}{x} \qquad g\circ f(x) = ax^۳ + ۲x \rightarrow g\left(x - \frac{۴}{x}\right) = ax^۳ + ۲x$

$g(۳) = ۸$

$x - \frac{۴}{x} = ۳ \xrightarrow{\times x} x^۲ - ۳x - ۴ = ۰$

دو طرف تابع را در x ضرب می کنیم.

$(x-۴)(x+۱) = ۰$

$x = ۴ \quad x = -۱$

②

$\xrightarrow{x=۴} ۶۴a + ۸ =$ [illegible] → [illegible]

$\boxed{a = ۰}$ ✓ $\quad \xrightarrow{x=-۱} -a - ۲ = ۸ \rightarrow \boxed{a = -۱۰}$ ✓