مبینا جعفری پور   تکلیف ۸   دوازدهم دفتر B

۱ $D_{gof(x)}=\{x \mid x\in D_f ,\ f(x)\in D_g\}$

$f(x)=\sqrt{\log_2^{(x-1)}}$ $\begin{cases} x-1>0 \Rightarrow x>1 \\ \log_2^{(x-1)}\geq 0 \Rightarrow x-1\geq 1 \Rightarrow x\geq 2 \end{cases} \Rightarrow D_f:[2,+\infty)$

$g(x)=\sqrt{-x^2+4x-4}=\sqrt{-(x-2)^2} \longrightarrow -(x-2)^2\geq 0 \Rightarrow D_g=\{2\} \Rightarrow f(x)=2=\sqrt{\log_2^{(x-1)}} \Rightarrow 4=\log_2^{(x-1)} \Rightarrow 2^4=x-1 \Rightarrow x=17$

تساوی ۰ امکان پذیر است

$\Rightarrow [2,+\infty)\cap\{17\}=\boxed{\{17\}=D_{gof}}$

۲ $D_{fog}=\{x \mid x\in D_g ,\ g(x)\in D_f\}$ $\quad D_f=\mathbb{R} ,\ D_g=\mathbb{R} \Rightarrow D_{fog}=D_{gof}=\mathbb{R}$ $\quad gof(x)=(2x-5)^2-3(2x-5)+8=4x^2-24x+48$

$D_{gof}:\{x \mid x\in D_f ,\ f(x)\in D_g\}$ $\quad fog(x)=2(x^2-3x+8)-5=2x^2-6x+11$

$fog(x)=gof(x) \Rightarrow 2x^2-6x+11=4x^2-24x+48 \Rightarrow 2x^2-20x+37=0 \xrightarrow{\Delta>0} x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=S^2-2P=\left(\frac{-b}{a}\right)^2-2\left(\frac{c}{a}\right)=100-37=\boxed{63}$

۳ $gof(x)=g(f(x))=g(2x)=5x^2+11$

از آنجایی که تنها انتقال و انبساط افقی داشته ایم پس مقادیر تابع تغییر نمی‌کند و min آن ثابت می‌ماند :

$y_{min\,gof(x)}: x=\frac{-b}{2a}=0 \Rightarrow y_{min}=11 \Rightarrow y_{min\,g(x-7)}=\boxed{11}$

۴ $f(g(x))=3x^2-6x-1=3g(x)-4 \Rightarrow \frac{3x^2-6x+3}{3}=x^2-2x+1=g(x)=(x-1)^2$

$gof(x)=((3x-4)-1)^2=(3x-5)^2=\boxed{9x^2-30x+25}$

۵ $f-g: \begin{matrix}(0,5)\\(5,0)\end{matrix} \Rightarrow m=\frac{5-0}{0-5}=-1 \Rightarrow y-0=-(x-5) \Rightarrow y=-x+5$

$fog(x): \begin{matrix}(0,2)\\(a,0)\end{matrix} \Rightarrow m=\frac{2-0}{0-a}=\frac{-2}{a} \Rightarrow y-2=\frac{-2}{a}(x-0) \Rightarrow y=\frac{-2}{a}x+2$

$2g(x)=3f(x)-14 \Rightarrow f(x)=\frac{2g(x)+14}{3}$ $\begin{cases} \frac{2g(x)+14}{3}-g(x)=-x+5=\frac{-g(x)+14}{3} \Rightarrow g(x)=3x-1 \Rightarrow f(x)=2x+4 \\ fog(x)=2(3x-1)+4=6x+2=\frac{-2}{a}x+2 \Rightarrow 6=\frac{-2}{a} \Rightarrow \boxed{a=\frac{-1}{3}} \end{cases}$

۶ $f(x)=9^x \quad g(x)=\log_3^x \quad fog(x)=9^{\log_3^x}=x^{\log_3^9}=x^2 \quad D_f=\mathbb{R} \quad D_g=(0,+\infty) \Rightarrow D_{fog}=(0,+\infty)$

$gof(x)=\log_3^{9^x}=\log_3^{3^{2x}}=2x \quad fog(x)\leq gof(x) \Rightarrow x^2\leq 2x \Rightarrow x^2-2x\leq 0$

$D_{gof}: f(x)\in D_g \Rightarrow 9^x>0$ همیشه بزرگتر $\Rightarrow \mathbb{R}$

$\xrightarrow{\text{fog در ۰ تعریف نمی‌شود}} \boxed{(0,2]}$

۷ $f\left(\underbrace{\frac{x^2-2}{x}}\right)=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}=\left(x-\frac{2}{x}\right)^2+x-\frac{2}{x} \xrightarrow{x-\frac{2}{x}=t} f(t)=t^2+t \Rightarrow \boxed{f(x)=x^2+x}$

$\frac{x^2-2}{x}=x-\frac{2}{x}$

۸ $A=D_{fog}=\{x \mid x\in D_g ,\ g(x)\in D_f\} \quad D_g=\mathbb{R} ,\ D_f: x>0 \Rightarrow (0,+\infty) \Rightarrow 0<g(x) \Rightarrow 0<-x^2+8x$

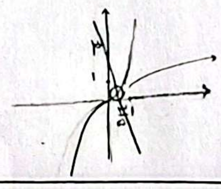
$\Rightarrow D_{fog}=(0,8)$

$B=R_{fog} \quad fog(x)=\log_2^{8x-x^2} \longrightarrow R_g: 8x-x^2 \begin{cases} x_{max}=\frac{-b}{2a}=4 \\ y_{max}=16 \end{cases} \Rightarrow (-\infty,16] \xrightarrow{\text{با توجه به دامنه fog}} (0,16] \Rightarrow R_{fog}: \log_2^{8x-x^2} \Rightarrow (-\infty,4]$

$A\cap B=(0,8)\cap(-\infty,4]=\boxed{(0,4]}$

۹ $f(f(x))=1-2f^2(x) \xrightarrow{f(x)=t} f(t)=1-2t^2 \Rightarrow f(x)=1-2x^2 \qquad h(g(x))=(x-1)^3+2(x-1)+1=x^3-3x^2+5x-2$

$h(g(x))=f(x) \Rightarrow x^3-3x^2+5x-2=1-2x^2 \Rightarrow x^3+5x-3=0 \Rightarrow x^3=3-5x$



۱ ریشه دارد

۱۰. $g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(x - \frac{۴}{x}\right) = ax^{۳} + ۲x \xrightarrow{x = ۴} g(۳) = ۶۴a + ۸ = ۸ \Rightarrow \boxed{a = 0}$