جلسه شرح تشریحی:

باسمه الرحمن الرحیم - تست شماره (۸)

نیکو حیدری

سوال ۱

$D_{gof} \rightarrow \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$

$D_f \Rightarrow \sqrt{\log_2^{(x-1)}} \rightarrow (1)\ x>1$

$\rightarrow \log_2(x-1) \geq 0 \rightarrow (x-1) \geq 1 \Rightarrow x \geq 2$ $\Big\}\ D_f = x \geq 2$

$D_g = \sqrt{-x^2+4x-4} \Rightarrow \sqrt{-(x-2)^2} \quad -(x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x=2}$

$D_{gof} = \{x \in [2,+\infty) \mid \sqrt{\log_2(x-1)} = 2 \Rightarrow \log_2(x-1) = 4$

$\Rightarrow (x-1) = 2^4 \Rightarrow \boxed{x=17} \quad \boxed{D_{gof} = \{17\}}$

سوال ۲

$f(x) = 2x-5$

$g(x) = x^2-3x+8$

$\Rightarrow fog = 2(x^2-3x+8)-5$

$\Rightarrow 2x^2-6x+16-5 \Rightarrow \boxed{2x^2-6x+11}\ fog$

$gof = (2x-5)^2-3(2x-5)+8 \Rightarrow 4x^2-20x+25-6x+15+8$

$\Rightarrow \boxed{4x^2-26x+48}\ gof$

$fog = gof \Rightarrow 2x^2-6x+11 = 4x^2-26x+48 \Rightarrow 2x^2-20x+37=0$

$\alpha^2+\beta^2 = S^2-2P \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-20)}{2} = 10 \ ,\ P = \frac{c}{a} = \frac{37}{2}$

$\alpha^2+\beta^2 = 100 - 2(\frac{37}{2}) = \boxed{63}$

Subject:
Date:

سوال ۳

$f(x)=2x \quad , \quad gof=5x^2+11$

$2x=t \rightarrow x=\frac{t}{2} \Rightarrow g(t)=5\left(\frac{t}{2}\right)^2+11 \rightarrow g(x)=\frac{5x^2}{4}+11$

$g(x-7) \Rightarrow \frac{5(x-7)^2}{4}+11 \xrightarrow{\min x-7} 0+11=\boxed{11}$

سوال ۴

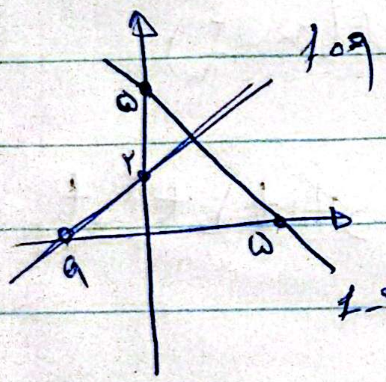
$f(x)=3x-4 \qquad fog(x)=3x^2-6x-1$

$fog=f(g(x)) \Rightarrow 3g-4=3x^2-6x-1 \Rightarrow g=\frac{3x^2-6x+3}{3}$

$\Rightarrow g(x)=x^2-2x+1 \rightarrow (x-1)^2$

$gof \Rightarrow (3x-4-1)^2 \Rightarrow (3x-5)^2=\boxed{9x^2-30x+25}$

سوال ۵



$2g(x)=3f(x)-14$

$\frac{2g(x)+14}{3}=f(x)$

$f-g \Rightarrow \frac{2g(x)+14}{3}-g(x) \Rightarrow \frac{-g+14}{3}$

$(5,0) \Rightarrow \frac{-g(5)+14}{3}=0 , \quad g(5)=+14$

$(0,5) \Rightarrow \frac{-g(0)+14}{3}=5 \rightarrow g(0)=-1$

$g(x)=cx+d \Rightarrow \xrightarrow{g(0)} d=-1$

$\hookrightarrow 5c-1=14 \Rightarrow c=3$

$g(x)=3x-1 \Rightarrow f(x)=\frac{6x-2+14}{3}=\boxed{2x+4}$

$f(g(x))=0 \rightarrow 2(3x-1)+4=0 \rightarrow 2(3x-1)=-4 \Rightarrow 3x-1=-2$

$3x=-1 \Rightarrow \boxed{x=\frac{-1}{3} \Rightarrow \alpha=\frac{-1}{3}}$

سوال ۹

$f(x)=9^x \qquad g(x)=\log_3^x \qquad \boxed{x>0}$

$fog(x)=9^{\log_3^x} \Rightarrow x^{\log_3^9}=x^2$

$gof(x)=\log_3^{9^x} \Rightarrow x\log_3^9=2x$

$fog(x)\leq gof(x)$

$x^2\leq 2x \Rightarrow x^2-2x\leq 0$

$\begin{array}{c|c|c|c|c} & 0 & & 2 & \\ \hline + & & - & & + \end{array}$

$\boxed{D\Rightarrow (0,2]}$

سوال ۷

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right)=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2} \Rightarrow f\left(x-\frac{2}{x}\right)$

$\underbrace{\left(x-\frac{2}{x}\right)}_{t}{}^2 \Rightarrow \underbrace{x^2+\frac{4}{x^2}-4}_{t^2}+\underbrace{x-\frac{2}{x}}_{t} \Rightarrow f(t)=t^2+t$

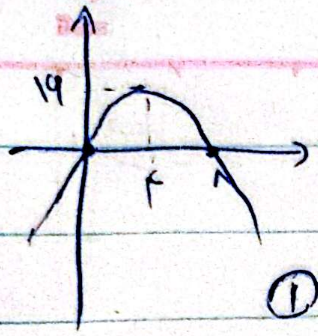
$\boxed{f(x)=x^2+x}$

سوال ۸

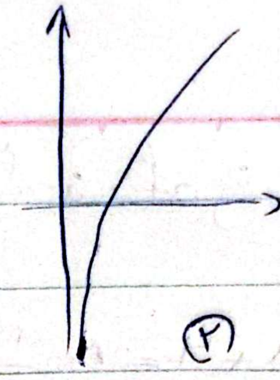
$f(x)=\log_2^x \qquad g(x)=8x-x^2 \Rightarrow fog=\log_2^{8x-x^2}$

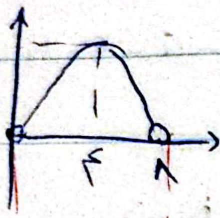
$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\} \Rightarrow \{x\in\mathbb{R} \mid 8x-x^2>0\}$

$\begin{array}{c|c|c|c|c} & 0 & & 8 & \\ \hline - & & + & & - \end{array} \longrightarrow D_f=A=(0,8)$

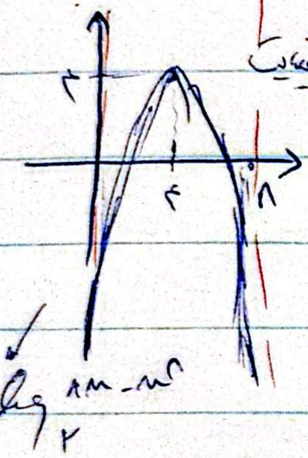


$8x - x^2$ $\log_2^x$





می دانیم $\log_2^x$ مقادیر منفی و صفر را نمی پذیرد بنابراین
اعداد را از نمودار ① حذف می کنیم تا به نمودار مقابل برسیم
طبق نمودار دو می بینیم $\log_2^x$ به ازای مقادیر کمی بیشتر از صفر با منفی
بی نهایت برابر است درنتیجه در نقطه ۸ و ۰ نمودار $\log_2^{8x-x^2}$ با منفی بی نهایت
برابر می شود ← max تابع ما در نقطه $x=4$ است که اگر آن را در
تابع $\log_2^{8x-x^2}$ قرار دهیم داریم:



$$\log_2^{16} = \log_2^{2^4} \Rightarrow 4$$

بنابراین برد تابع

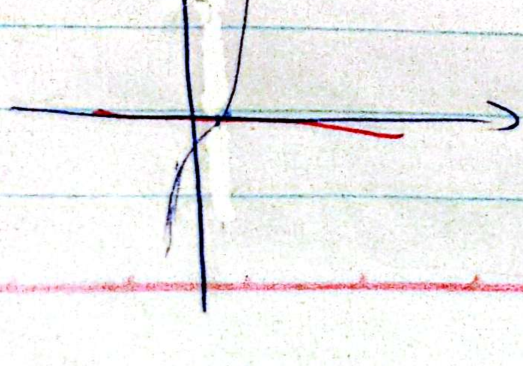
$$R_f = B = (-\infty, 4]$$

$A \cap B = (0,8) \cap (-\infty, 4] \Rightarrow (0, 4] \Rightarrow \boxed{1, 2, 3, 4}$ ۴ عضو

سوال ۹

$$f(f(x)) = 1 - 3f^2(x) \rightarrow f(t) = 1 - 3t^2 \Rightarrow \boxed{f(x) = 1 - 3x^2}$$

$$h(g(x)) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2x - 2 + 1 =$$
$$x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 1 - 3x^2 \rightarrow x^3 + 5x - 3 = 0$$



یک جواب

سوال ۱۰

$g(3) = 8 \ , \ gof = ax^3 + 2x \ , \ f(x) = x - \frac{4}{x}$

$f(x) = x - \frac{4}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 4 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow (-1)^3 a - 2 = -a - 2 = 8$

$\Rightarrow a = 10 \Rightarrow \boxed{a = -10}$

$\Rightarrow x = 4 \Rightarrow (4)^3 a + 2(4) = 8 \Rightarrow$

$64a + 8 = 8 \Rightarrow \boxed{a = 0}$