۲۰ آفرین !!

عباس شیرشجاعی:

تمرین ریاضی شماره (۸)

سوال ۱)

$$D_{g\circ f} \to \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$D_f \Rightarrow \sqrt{\log_2^{(x-1)}} \to ① \ x>1$$

$$\to \log_2^{(x-1)} \geq 0 \to (x-1) \geq 1 \Rightarrow x \geq 2 \quad \Big\} \ D_f = x \geq 2$$

$$D_g = \sqrt{-x^2+4x-4} \Rightarrow \sqrt{-(x-2)^2} \quad -(x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$D_{g\circ f} = \{x \in [2,+\infty) \mid \sqrt{\log_2^{(x-1)}} = 2 \Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 4$$

$$\Rightarrow (x-1) = 2^4 \Rightarrow \boxed{x=17} \quad \boxed{D_{g\circ f} = \{17\}}$$

سوال ۲)

$$f(x) = 2x-5 \qquad \Rightarrow f\circ g = 2(x^2-3x+8)-5$$

$$g(x) = x^2-3x+8 \qquad \Rightarrow 2x^2-6x+16-5 \Rightarrow \boxed{2x^2-6x+11} \ f\circ g$$

$$g\circ f = (2x-5)^2 - 3(2x-5)+8 \Rightarrow 4x^2-20x+25-6x+15+8$$

$$\Rightarrow \boxed{4x^2-26x+48} \ g\circ f$$

$$f\circ g = g\circ f \Rightarrow 2x^2-6x+11 = 4x^2-26x+48 \Rightarrow 2x^2-20x+37=0$$

$$\alpha^2+\beta^2 = S^2-2P \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-20)}{2} = 10 \quad , \quad P = \frac{c}{a} = \frac{37}{2}$$

$$\alpha^2+\beta^2 = 100 - 2\left(\frac{37}{2}\right) = \boxed{63}$$

سوال ۳

$f(x)=2x \quad , \quad gof = 5x^2+11$

$2x = t \to x = \frac{t}{2} \Rightarrow g(t) = 5\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 11 \to g(x) = \frac{5x^2}{4} + 11$ ۲

$g(x-7) \Rightarrow \frac{5(x-7)^2}{4} + 11 \xrightarrow{\min 7} 0 + 11 = \boxed{11}$

سوال ۴

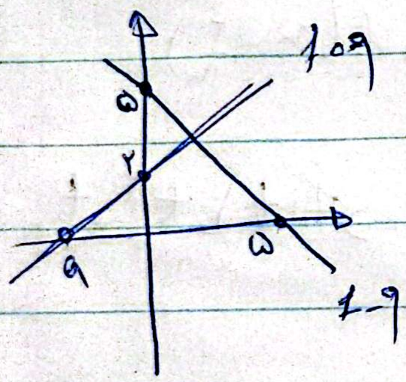
$f(x) = 3x - 4 \qquad fog(x) = 3x^2 - 6x - 1$

$fog = f(g(x)) \Rightarrow 3g - 4 = 3x^2 - 6x - 1 \Rightarrow g = \frac{3x^2 - 6x + 3}{3}$ ۲

$\Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 1 \to (x-1)^2$

$gof \Rightarrow (3x - 4 - 1)^2 \Rightarrow (3x - 5)^2 = \boxed{9x^2 - 30x + 25}$

سوال ۵



$2g(x) = 3f(x) - 14$

$\frac{2g(x) + 14}{3} = f(x)$ ۲

$f-g \Rightarrow \frac{2g(x)+14}{3} - g(x) \Rightarrow \frac{-g+14}{3}$

$(5,0) \Rightarrow \frac{-g(5)+14}{3} = 0 , \quad g(5) = 14$

$(0,5) \Rightarrow \frac{-g(0)+14}{3} = 5 \Rightarrow g(0) = -1$

$g(x) = cx + d \xrightarrow{g(0)} d = -1$

$5c - 1 = 14 \Rightarrow c = 3$

$g(x) = 3x - 1 \Rightarrow f(x) = \frac{6x - 2 + 14}{3} = \boxed{2x + 4}$

$f(g(x)) = 0 \to 2(3x-1) + 4 = 0 \to 2(3x-1) = -4 \Rightarrow 3x - 1 = -2$

$3x = -1 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{3}}$

سوال ۹

$f(x)=9^x \qquad g(x)=\log_3 x \qquad \boxed{x>0}$

۲

$$\left.\begin{aligned} fog(x) &= 9^{\log_3 x} \Rightarrow x^{\log_3 9} = x^2 \\ gof(x) &= \log_3 9^x \Rightarrow x\log_3 9 = 2x \end{aligned}\right\} \quad fog(x) \le gof(x)$$

$x^2 \le 2x \Rightarrow x^2 - 2x \le 0$ $\qquad$ $0 \quad 2$: $+ \mid - \mid +$

$\boxed{D \Rightarrow (0,2]}$

سوال ۷

۱

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = x^2 + x - 4 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} \Rightarrow f\left(x - \frac{2}{x}\right)$

$\underbrace{\left(x - \frac{2}{x}\right)^2}_{t} \Rightarrow \underbrace{x^2 + \frac{4}{x^2} - 4}_{t^2} + \underbrace{x - \frac{2}{x}}_{t} \Rightarrow f(t) = t^2 + t$

$\boxed{f(x) = x^2 + x}$

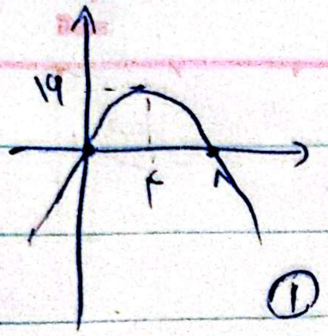
سوال ۸

$f(x) = \log_2 x \qquad g(x) = 8x - x^2 \Rightarrow fog = \log_2 (8x - x^2)$

۲

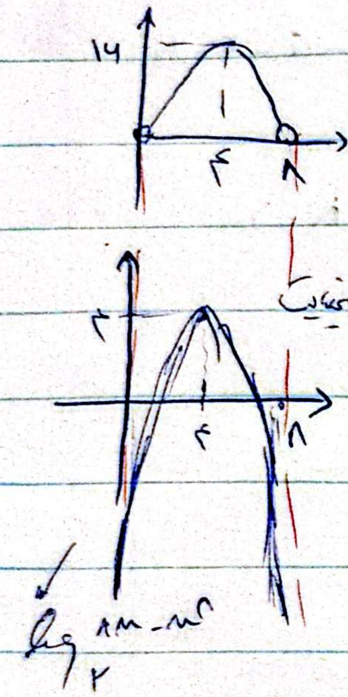
$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid 8x - x^2 > 0\}$

$0 \quad 8$: $- \mid + \mid -$ $\longrightarrow D_f = A = (0,8)$



$8x - x^2$

$\log_2^x$



می‌دانیم $\log_2^x$ مقادیر منفی و صفر را نمی‌پذیرد بنابراین
اعضای ۰ را از نمودار ① حذف می‌کنیم تا به نمودار مقابل برسیم
طبق نمودار دو می‌بینیم $\log_2^x$ به ازای مقادیری بیشتر از صفر با منفی
بی‌نهایت برابر است در نتیجه در نقطهٔ ۸ و ۰ نمودار $\log_2^{8x-x^2}$ با منفی بی‌نهایت
برابر می‌شود — max تابع ما در نقطهٔ $x=4$ است که اگر آن را در
تابع $\log_2^{8x-x^2}$ قرار دهیم داریم:

$$\log_2^{16} = \log_2^{2^4} \Rightarrow 4$$

بنابراین برد تابع

$$R_f = B = (-\infty, 4]$$

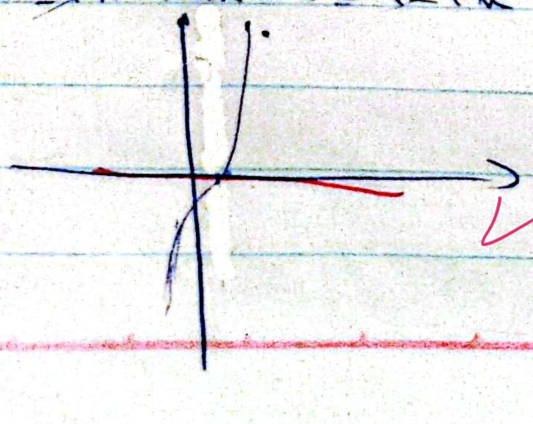
$A \cap B = (0, 8) \cap (-\infty, 4] \Rightarrow (0, 4] \Rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ ۴ عضو

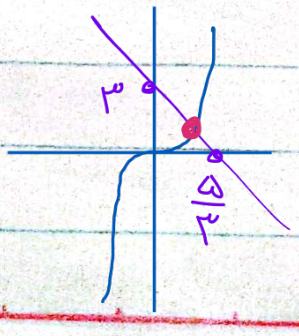
سؤال ۹

$f(f(x)) = 1 - 3f^2(x) \Rightarrow f(t) = 1 - 3t^2 \Rightarrow f(x) = 1 - 3x^2$

۲

$h(g(x)) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2x - 2 + 1 =$
$x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 1 - 3x^2 \Rightarrow x^3 + 5x - 3 = 0$





یک جواب

Persian Note Book

Subject:

Date:

سوال ۱۰ ۲

$g(2)=8 \ , \ g\circ f = ax^3+2x \ , \ f(x)=x-\frac{4}{x}$

$f(x)=x-\frac{4}{x}=3 \Rightarrow x^2-4=3x \Rightarrow x^2-3x-4=0$

$(x-4)(x+1) \Rightarrow x=-1 \Rightarrow (-1)^3 a-2=-a-2=8$

$\Rightarrow a=10 \Rightarrow \boxed{a=-10}$

$\Rightarrow x=4 \Rightarrow (4)^3 a+2(4)=8 \Rightarrow$

$64a+8=8 \Rightarrow \boxed{a=0}$