تکلیف شماره ی ۷ — به نام خدا — هستی کرمی

دوازدهم دختر B

1.

$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{5}x+1 \longrightarrow \frac{-b}{2a}=x_s=\frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{2}{3}}=\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} y_s=-\frac{1}{3}\times\frac{9}{25}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+1=$

$-\frac{3}{25}+\frac{6}{25}+\frac{25}{25}=\frac{28}{25}$

$\Rightarrow S\left(\frac{3}{5},\frac{28}{25}\right) \Longrightarrow \underset{\text{رأس جدید}}{S'}(4,3)=\left(\frac{20}{5},\frac{75}{25}\right)$

$x \xrightarrow{\frac{17}{5}\ \text{انتقال}} x-\frac{17}{5}$ به سمت راست

$y \longrightarrow y+\frac{47}{25}$ انتقال $\frac{47}{25}$ عمودی به سمت بالا

$\Rightarrow \text{معادله جدید}=y'=-\frac{1}{3}\left(x-\frac{17}{5}\right)^2+\frac{2}{5}\left(x-\frac{17}{5}\right)+1+\frac{47}{25} \longrightarrow x-\frac{17}{5}=t$

$-\frac{1}{3}t^2+\frac{2}{5}t+\frac{72}{25}=0 \xrightarrow[\times 3\times 25]{\times 75} -25t^2+30t+216=0 \Longrightarrow$

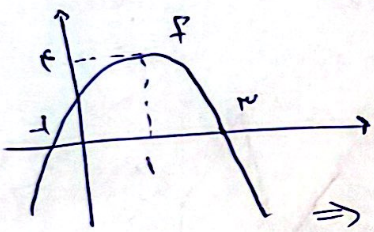
$25t^2-30t-216=0 \longrightarrow (5t-18)(5t+12)=0 \longrightarrow t=\frac{18}{5}\ ,\ t=\frac{-12}{5}$

$t=x-\frac{17}{5} \longrightarrow x-\frac{17}{5}=\frac{18}{5} \longrightarrow \boxed{x=7}$

$\longrightarrow x-\frac{17}{5}=\frac{-12}{5} \longrightarrow \boxed{x=1}$

ج آخر

2.



$f(x)=-x^2+2x+3$

$f(3x+2)=-(3x+2)^2+2(3x+2)+3=$

$-9x^2-12x-4+6x+4+3=-9x^2-6x+3$

$\Rightarrow -2f(3x+2)=18x^2+12x-6$

$\Longrightarrow -2f(3x+2)+1=18x^2+12x-5$

$x_s=\frac{-b}{2a}=\frac{-12}{2\times 18}=\frac{-1}{3}=\alpha \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 18\times\frac{1}{9}-\frac{12}{3}-5=2-4-5=-7=\beta$

$\alpha.\beta=\frac{-1}{3}\times -7=\boxed{\frac{7}{3}}$

ج آخر

3.

$y=3-\sqrt{2x} \xrightarrow[\text{یک واحد به سمت چپ}]{\text{انتقال افقی}} y'=3-\sqrt{2(x+1)}=3-\sqrt{2x+2} \xrightarrow[\text{به محور x ها}]{\text{قرینه نسبت}} y''=\sqrt{2x+2}-3$

$x\longrightarrow x+1$

$\xrightarrow[\text{در جهت مثبت محور y ها}]{\text{۵ واحد انتقال عمودی}} y_3=\sqrt{2x+2}+2 \xrightarrow[\underset{F(x)}{y}=\frac{7}{2}]{\text{برخورد با نمودار}} \sqrt{2x+2}+2=\frac{7}{2} \longrightarrow \sqrt{2x+2}=\frac{3}{2} \longrightarrow 2x+2=\frac{9}{4}$

$\longrightarrow 2x=\frac{1}{4} \longrightarrow \boxed{x=\frac{1}{8}}$

ج آخر

4

$D_f = (a, 4]$

$D_g = [-1, b)$

$y = f(x-1) + g(x+1)$

$D_y = (-2, 5)$

$D_y = D_{f(x-1)} \cap D_{g(x+1)} \Rightarrow D_y = (a+1, 5] \cap [-2, b-1) = (-2, 5)$

$D_{f(x-1)}: \quad a < x_f - 1 \leq 4$

$a+1 < x_f \leq 5$

$(a+1, 5]$

$-1 \leq x_g + 1 < b$

$-2 \leq x_g < b-1$

$[-2, b-1)$

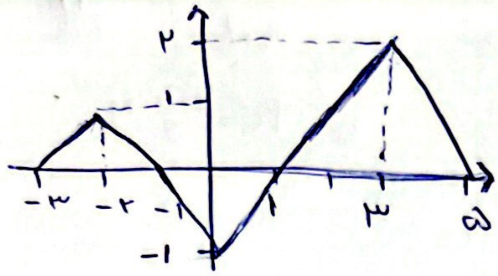
$a+1 = -2 \rightarrow \boxed{a = -3}$

$b-1 = 5 \rightarrow \boxed{b = 6}$

$a - b = -9$

جواب

5.



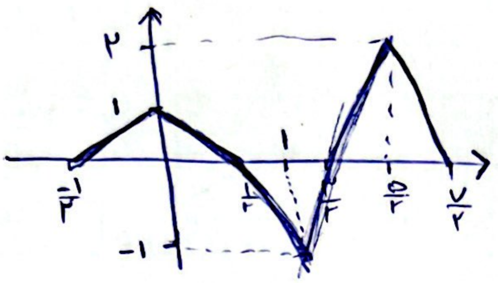
$y_1 = f(\frac{x}{2}+1)$

$D_{y_1} = [-3, 5] \longrightarrow -3 \le x \le 5 \longrightarrow -\frac{3}{2} \le \frac{x}{2} \le \frac{5}{2}$

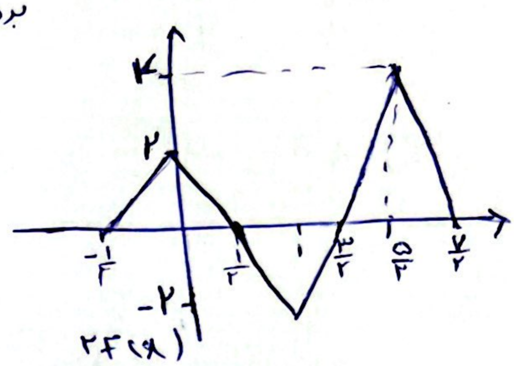
$R_{y_1} = [-1, 2] \longrightarrow -\frac{1}{2} \le \frac{x}{2}+1 \le \frac{7}{2}$

برد هم تغییر کرده است.

شکل جدید $f(x)$

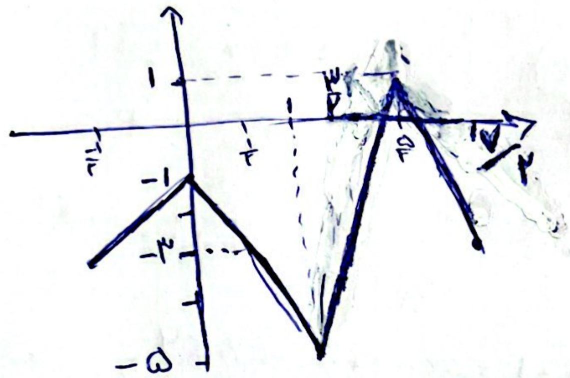


$\longrightarrow$



$2f(x)$

$2f(x) - 3$



$y_2 = \sqrt{|2f(x) - 3|}$

$D_{y_2} = [-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}]$

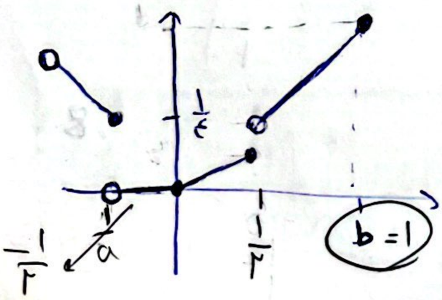
$R_{y_2} = [0, \sqrt{5}]$

پس برای قدر مطلق گیری از نمودار تمام قسمت‌های زیر نمودار a را قرینه کرده و به بالای محور منتقل می‌کنیم.

$R_{|2f(x)-3|} = [0, 5]$

$R_{\sqrt{|2f(x)-3|}} = [0, \sqrt{5}]$

6.



$y = \frac{x}{a}[ax]$

از طرف چپ منحصر x ها را سمت منفی محور

$b - a = ?$

متوجه می‌شویم که مقدار a حتما منفی می‌باشد زیرا به ازای مقادیر کمتر از صفر برد صفر شده است. $a<0$

$b = 1$

$0 \le ax < 1 \xrightarrow{a<0} \frac{1}{a} < x \le 0 \rightarrow y = \frac{\frac{1}{a}}{a}[a \times \frac{1}{a}] = \frac{1}{a^2}$

به ازای $\frac{1}{a}$ مقدار $\frac{1}{4}$ است $\longrightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = +2$ غ ق ق

$a = -2$

$y = \frac{-x}{2}[-2x]$

طول بازه‌ها از طرف چپ متوجه می‌شویم که $\frac{1}{2}$ است پس مقدار b برابر است با:

$b = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$b - a = 1 - (-2) = 3$ گزینه

آخر

۶

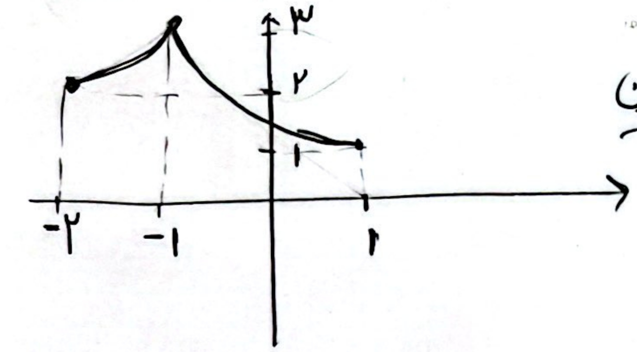
$$f(x) = \log_2 x \xrightarrow[\text{چپ}]{\text{۲ واحد}} \log_2 (x+2) \xrightarrow[\text{محور x ها}]{\text{قرینه نسبت به}} -\log_2 (x+2) \xrightarrow[\text{بالا}]{\text{۳ واحد به}}$$

$$-\log_2 (x+2) + 3 \xrightarrow[\text{محور y ها}]{\text{قرینه نسبت به}} -\log_2 (-x+2) + 3 = g(x)$$

$$g(-14) + g(-62) = -\log_2 16 + 3 + -\log_2 64 + 3 = -4 + 3 - 6 + 3 = -4$$

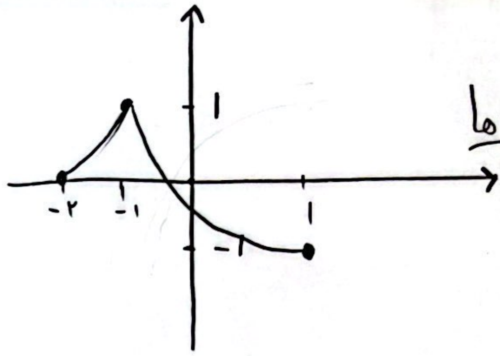
ج آخر

(8)



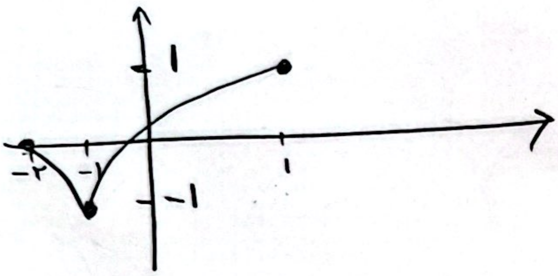
$y_1 = -f(3-x) + 2$

$\xrightarrow{\text{۲ واحد پایین}}$



$y = -f(3-x)$

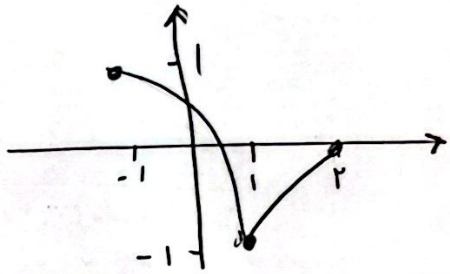
$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور xها}}$



$y = f(-x+3)$

قرینه نسبت به محور yها

$-x \to x$

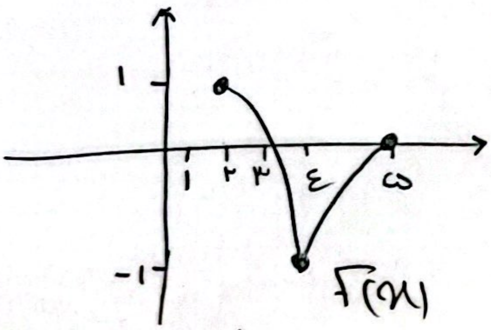


$y = f(x+3)$

۳ واحد به

راست

$x \to x-3$



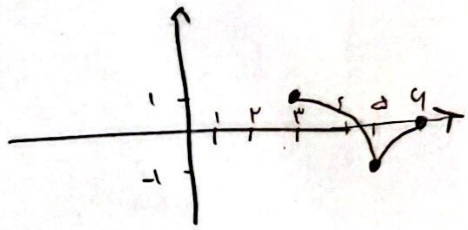
$F(x)$

ابعاد شکل کلی

عدد و اعداد است

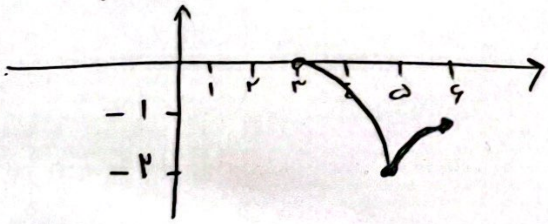
و دقیق نیست

$\Rightarrow$



$F(x-1)$

$\Rightarrow$



$F(x-1) - 1$

۹.

$$f(x)=\left|\frac{x+1}{2x+1}\right| \xrightarrow[x\to x-2]{\text{۲ واحد راست}} \left|\frac{(x-2)+1}{2(x-2)+1}\right| = \left|\frac{x-1}{2x-3}\right| \xrightarrow{\text{یک واحد بالا}} g(x)=\left|\frac{x-1}{2x-3}\right|+1$$

$$x+\left|\frac{x-1}{2x-3}\right|<0 \xRightarrow{\text{چون x منفی است پس عبارت داخل قدرمطلق مثبت است}} x+\frac{x-1}{2x-3}<0 \Rightarrow \frac{2x^2-3x+x-1}{2x-3}<0 \Rightarrow \frac{2x^2-2x-1}{2x-3}<0$$

x وقتی منفی است $\frac{x-1}{2x-3}$

	1		$\frac{3}{2}$	
$+$	0	$-$	ت.ن	$+$

تعیین علامت:

$2x^2-2x-1=0 \longrightarrow \frac{2\pm\sqrt{4-4(2)(-1)}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{12}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

$2x-3=0 \longrightarrow x=\frac{3}{2}$

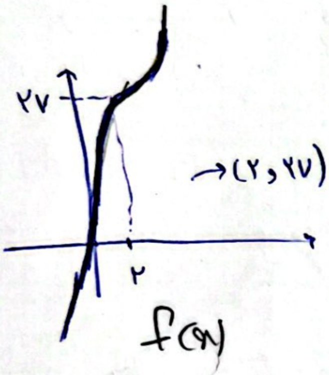
	$\frac{1-\sqrt3}{2}$		$\frac{1+\sqrt3}{2}$		$\frac{3}{2}$	
$-$	0	$+$	0	$-$	ت.ن	$+$

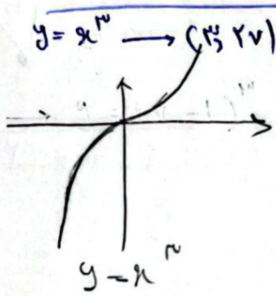
ج

$$\xRightarrow{\text{x منفی است}} x\in\left(-\infty,\frac{1-\sqrt3}{2}\right]$$

ج آخر

۱۰.





$$\Rightarrow f(x)=\frac{27}{8}(x-2)^3+27$$

$$g(x)=\sqrt{28f(x)-f^2(x)}$$

$28f(x)-f^2(x)\geq 0$

$f(x)(28-f(x))\geq 0$ ۲ حالت: ۱- هردو نامنفی ، ۲ هردو نامثبت

۱- هردو نامنفی:

$f(x)\geq 0$ و $f(x)\leq 28$

$0\leq\frac{27}{8}(x-2)^3+27\leq 28$

$-27\leq\frac{27}{8}(x-2)^3\leq 1$

$-3\leq\frac{3}{2}(x-2)\leq 1$

$-3\leq\frac{3}{2}x-3\leq 1$

$0\leq\frac{3}{2}x\leq 4$

$0\leq 3x\leq 8$

$\boxed{0\leq x\leq\frac{8}{3}}$

$\{0,1,2\}$ ۳ عدد صحیح

ج آخر

۲ هردو نامثبت:

$f(x)\leq 0 \to \frac{27}{8}(x-2)^3\leq -27 \to \frac{3}{2}(x-2)\leq -3 \to x\leq 0$

$\frac{3}{2}x-3\leq -3$

$f(x)\geq 28 \to \frac{27}{8}(x-2)^3+27\geq 28 \to \frac{27}{8}(x-2)^3\geq 1 \to \frac{3}{2}(x-2)\geq 1$

$\frac{3}{2}x-3\geq 1$

$\frac{3}{2}x\geq 4$

$3x\geq 8$

$x\geq\frac{8}{3}$

۱ و ۲ اشتراک ندارند پس غیرقابل قبول