سارا عبدالهی

①

$\boxed{f'(x) = f\left(x - \frac{۱۷}{۵}\right) + \frac{۴۷}{۲۵}}$ $\quad f\left(\frac{۳}{۵}\right) = \frac{۲۸}{۲۵}$ $\quad A \Big| \begin{matrix} \frac{۳}{۵} \\ \frac{۲۸}{۲۵} \end{matrix}$ $\quad x = \dfrac{-\frac{۲}{۵}}{-۲\left(\frac{۱}{۳}\right)} = \frac{۳}{۵}$

$f'(۴) = f\left(\underbrace{۴ - \frac{۱۷}{۵}}_{\frac{۲۸}{۲۵}}\right) + \frac{۴۷}{۲۵} = ۳$ $\quad f'(۴) = ۳$ $\quad A' \Big| \begin{matrix} ۴ \\ ۳ \end{matrix}$ $\quad y_{max} = \frac{۲۸}{۲۵}$

$f'(x) = ۰ \Rightarrow f\left(x - \frac{۱۷}{۵}\right) + \frac{۴۷}{۲۵} = ۰ \Rightarrow -\frac{۱}{۳}\left(x - \frac{۱۷}{۵}\right)^۲ + \frac{۲}{۵}\left(x - \frac{۱۷}{۵}\right) + ۱ + \frac{۴۷}{۲۵} = ۰ \Rightarrow$ $x = ۱$, $x = ۷$

②

$f(x)$ رأس : $(۱, ۴)$

$f(۱) = ۴$

$\Rightarrow ۳x + ۲ = ۱ \quad x = -\frac{۱}{۳}$

$\Rightarrow ۱ - ۲f\left(\overset{۴}{۳\left(-\frac{۱}{۳}\right) + ۲}\right)$

$۱ - ۸ = -۷$

$A\left(-\frac{۱}{۳}, -۷\right)$

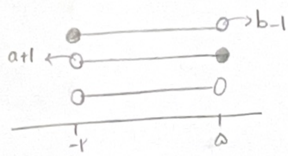
$\Rightarrow \alpha\beta = -\frac{۱}{۳} \times -۷ = \frac{۷}{۳}$

③

$۳ - \sqrt{۲(x+۱)} \rightarrow ۳ - \sqrt{۲x+۲} \rightarrow \sqrt{۲x+۲} - ۳ + ۵ \rightarrow \sqrt{۲x+۲} + ۲$

$\sqrt{۲x+۲} + ۲ = \frac{۷}{۲} \quad \sqrt{۲x+۲} = \frac{۳}{۲} \quad ۲x + ۲ = \frac{۹}{۴} \quad ۲x = \frac{۱}{۴} \quad x = \frac{۱}{۸}$

④



$-۱ \leq x_g < b \qquad a < x_f \leq ۴$

$\boxed{-۲ \leq x_{g(x+۱)} < b - ۱} \quad \boxed{a + ۱ < x_{f(x-۱)} \leq ۵}$

$\cap$

$(-۲, ۵)$

$a + ۱ = -۲ \quad a = -۳$

$b - ۱ = ۵ \quad b = ۶$

$a - b = -۳ - ۶ = -۹$

⑤

$x = -۳$	$y = ۰$	$f\left(-\frac{۱}{۲}\right) = ۰$
$x = -۲$	$y = ۱$	$f(۰) = ۱$
$x = -۱$	$y = ۰$	$f\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۰$
$x = ۰$	$y = -۱$	$f(۱) = -۱$
$x = ۱$	$y = ۰$	$f\left(\frac{۳}{۲}\right) = ۰$
$x = ۳$	$y = ۲$	$f\left(\frac{۵}{۲}\right) = ۲$
$x = ۵$	$y = ۰$	$f\left(\frac{۷}{۲}\right) = ۰$

$D_{y_۲} = \left[-\frac{۱}{۲}, \frac{۷}{۲}\right]$

$x = -\frac{۱}{۲} \quad y_۲ = \sqrt{|۲(۰) - ۳|} = \sqrt{۳}$

$x = ۰ \quad y_۲ = \sqrt{|۲(۱) - ۳|} = \sqrt{۱} = ۱$

$x = \frac{۱}{۲} \quad y_۲ = \sqrt{|۲(۰) - ۳|} = \sqrt{۳}$

$x = ۱ \quad y_۲ = \sqrt{|۲(-۱) - ۳|} = \sqrt{۵}$

$x = \frac{۳}{۲} \quad y_۲ = \sqrt{|۲(۰) - ۲|} = ۱$

$x = \frac{۵}{۲} \quad y_۲ = \sqrt{|۲(۲) - ۳|} = ۱$

$x = \frac{۷}{۲} \quad y_۲ = \sqrt{|۲(۰) - ۳|} = ۱$

$R_{y_۲} = [۱, \sqrt{۵}]$

⑥ اول از همه بدیهی است که a عددی منفی است (طبق شکل).

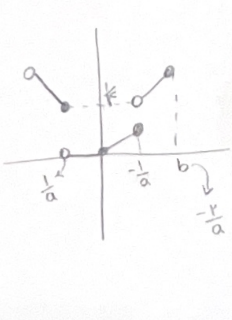
$y = \frac{x}{a}[ax]$

$۰ \qquad ۰ \leq x < \frac{۱}{a} \xrightarrow{a\ \text{منفی}} \frac{۱}{a} < x \leq ۰$

$\frac{x}{a} \qquad \frac{۱}{a} \leq x < \frac{۲}{a} \xrightarrow{''} \frac{۲}{a} < x \leq \frac{۱}{a}$

$-\frac{x}{a} \qquad -\frac{۱}{a} \leq x < ۰ \xrightarrow{''} ۰ < x \leq -\frac{۱}{a}$

$-\frac{۲x}{a} \qquad -\frac{۲}{a} \leq x < -\frac{۱}{a} \longrightarrow -\frac{۱}{a} < x \leq -\frac{۲}{a}$



$f\left(-\frac{۱}{a}\right) = -\frac{x}{a} = \dfrac{+\frac{۱}{a}}{a} = \frac{۱}{a^۲} = \frac{۱}{۴}$

$a = \pm ۲ \xrightarrow{a<۰} a = -۲ \qquad b = \frac{-۲}{-۲} = ۱ \qquad b - a = ۱ - (-۲) = ۳$

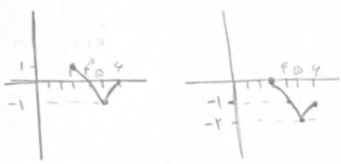
سارا عبداللهی

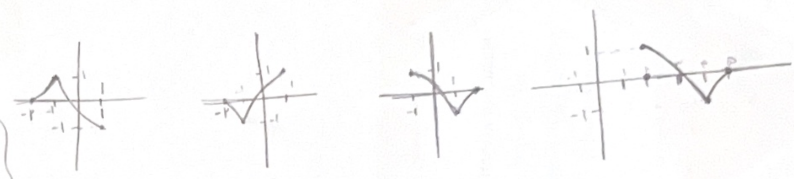
⑦ $\log_2^{x} \to \log_2^{x+2} \to -\log_2^{x+2} \to -\log_2^{x+2}+3 \to -\log_2^{2-x}+3 = g(x)$

$g(-14) = -\log_2^{16}+3 = -4+3 = -1$ $\qquad g(-14)\,g(-62) = -1-3 = -4$

$g(-62) = -\log_2^{64}+3 = -6+3 = -3$

⑧ $f(x-1) \to f(x-1)-1$ $\qquad 2-f(3-x) \xrightarrow{-2} -f(3-x) \to f(3-x) \to f(x+3) \to f(x)$





انتهای سوال ⊛

⑨

$\frac{x-1}{2x-3}$

$\left|\frac{x-2+1}{\underbrace{2(x-2)+1}_{2x-4+1}}\right|+1 = \left|\frac{x-1}{2x-3}\right|+1 = g(x)$

$x-\left(\frac{x-1}{2x-3}\right)+1 \qquad 1<x<\frac{3}{2}$

$x+\frac{x-1}{2x-3}+1 \qquad x\leq 1 \ , \ x>\frac{3}{2}$

$x+\left|\frac{x-1}{2x-3}\right|+1<0$

$1<x<\frac{3}{2} \qquad \frac{2x^2-3x-x+1+2x-3}{2x-3} = \frac{2x^2-2x-2}{2x-3}<0 \qquad \Delta=20$

$\frac{2-\sqrt{20}}{4} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{2+\sqrt{20}}{4}$: $-\ 0\ +\ \|\ -\ 0\ +$ $\qquad \cap \ (1<x<\frac{3}{2}) = \varnothing$

$x>\frac{3}{2},\ x\leq 1 \qquad \frac{2x^2-3x+x-1+2x-3}{2x-3} = \frac{2x^2-4}{2x-3}<0$

$-\sqrt{2} \quad +\sqrt{2} \quad \frac{3}{2}$: $-\ 0\ +\ 0\ -\ \|\ +$ $\qquad \cap \ x>\frac{3}{2},\ x\leq 1 \qquad x<-\sqrt{2}$

$\Longrightarrow$ ⊛ $\frac{x-1}{2x-3}\geq 0$ $\qquad 1 \quad \frac{3}{2}$: $+\ 0\ -\ \|\ +$ $\qquad x>\frac{3}{2},\ x\leq 1$ $\qquad \frac{x-1}{2x-3}<0 \quad 1<x<\frac{3}{2}$

$\varnothing \cup (-\infty,-\sqrt{2}) = (-\infty,-\sqrt{2})$

⑩ تمام x های تابع دچار تغییر شده اند چون اگر اینطور شود $f(0)=0$ باقی نمی‌ماند

$g(x) = \sqrt{f(x)\cdot(28-f(x))}$

$3^3=27 \qquad f(2)=21 \qquad f(x) = \left(\frac{3}{2}x\right)^3 = \frac{27}{8}x^3$

	0		$\frac{2\sqrt[3]{28}}{3}$	
$f(x)$: $-$	0	$+$		$+$
$28-f(x)$: $+$		$+$	0	$-$
$-$	0	$+$	0	$-$

$28-f(x)=0$

$28-\frac{27}{8}x^3=0$

$x=\frac{2\sqrt[3]{28}}{3}$

$D_g = \left[0,\frac{2\sqrt[3]{28}}{3}\right]$

شامل ۰، ۱، ۲ یعنی ۳ عدد صحیح است