[illegible]

۱۲٫۵

۱- ۱

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{5}x + 1 \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{2}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + 1 = \frac{-3}{25} + \frac{6}{25} + 1 = \frac{28}{25}$$

$$\left| \begin{matrix} \frac{3}{5} \\ \frac{28}{25} \end{matrix} \right. \rightarrow \left| \begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right.$$

$$4 - \frac{3}{5} = \frac{17}{5}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = \frac{4}{25} - 4(1)\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{112}{75}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\frac{-2}{5} \pm \sqrt{\frac{112}{75}}}{\frac{-2}{3}} + \frac{17}{5}$$

طول نقطه / رضور

معادله سهمی برحسب راس آن و ضریب $\rightarrow y = -\frac{1}{3}(x-4)^2 + 3 \quad \xrightarrow{y=0} \quad (x-4)^2 = 9 \rightarrow x = 7$ یا $x = 1$

۲- ۲

$$A(\alpha, \beta) \rightarrow y = 1 - 2f(3x+2)$$

$$f(x) \longrightarrow \left| \begin{matrix} 1 \\ 4 \end{matrix} \right.$$

راس

f(x) سهمی

$$3x + 2 = 1 \rightarrow x = \frac{-1}{3} = \alpha$$

$$1 - 2\underbrace{f(1)}_{4} = \beta$$

$$1 - 8 = \beta \rightarrow \boxed{\beta = -7}$$

$$\alpha\beta = \frac{-1}{3} \times 7 = \frac{7}{3}$$

جواب

۳- ۲

$$y = 3 - \sqrt{2x} \longrightarrow 3 - \sqrt{2(x+1)} = 3 - \sqrt{2x+2} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}}$$

$$\sqrt{2x+2} - 3 \longrightarrow \sqrt{2x+2} - 3 + 5 \longrightarrow \sqrt{2x+2} + 2$$

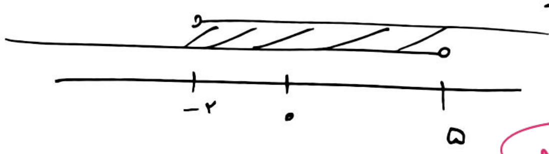
جواب

$$\sqrt{2x+2} + 2 = \frac{7}{2} \longrightarrow \sqrt{2x+2} = \frac{3}{2} \rightarrow 2x + 2 = \frac{9}{4} \rightarrow 2x = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{8}}$$

۴- ۲

$$D_f = (a, 4] \longrightarrow D_{f(x-1)} \rightarrow (a+1, 5]$$

$$D_g = [-1, b) \longrightarrow D_{g(x+1)} \rightarrow [-2, b-1)$$



$$a + 1 = -2 \longrightarrow \boxed{a = -3}$$

$$b - 1 = 5 \rightarrow \boxed{b = 6}$$

$$a - b = -3 - 6 = -9$$

جواب

نکته :

$f\left(\frac{x}{2}+1\right) \longrightarrow D : [-3, 5] \qquad R : [-1, 2]$

$-3 \le x \le 5 \rightarrow -\frac{3}{2} \le \frac{x}{2} \le \frac{5}{2} \longrightarrow -\frac{1}{2} \le \frac{x}{2}+1 \le \frac{7}{2} \qquad D_f : \left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right] - ۵$

1

$f(x) \longrightarrow D_f \rightarrow -3 \le x \le 5 \longrightarrow -2 \le x+1 \le 6 \longrightarrow \underbrace{-1 \le \frac{x+1}{2} \le 3}_{\text{دامنه } f(x)}$

$\downarrow$

$D_f = [-1, 3] \qquad R_f = [-1, 2] \longrightarrow$ برد تابع تغییری نمی‌کند

و همان برد تابع $f\left(\frac{x}{2}+1\right)$ است

$-1 \le y \le 2 \rightarrow -5 \le 2y-3 \le 1 \longrightarrow 0 \le |2y-3| \le 5 \longrightarrow 0 \le \sqrt{|2y-3|} \le \sqrt{5}$

$y_2 = \sqrt{|2f(x)-3|} \longrightarrow D_{y_2} : |2f(x)-3| \ge 0$

$R_y : [0, \sqrt{5}]$

طبق روابط $2f(x)-3$ تنها می‌تواند مقدار صفر داشته باشد.

$\longrightarrow 2f(x)-3 \ge 0$

$2f(x)-3 \le 0 \qquad \longrightarrow \qquad 2f(x)-3 = 0$

$2f(x) = 3 \longrightarrow f(x) = \frac{3}{2} \longrightarrow \boxed{D_{y_2} : \left\{\frac{3}{2}\right\}}$

جواب

$R_{y_2} \rightarrow -1 \le f(x) \le 2 \longrightarrow -2 \le 2f(x) \le 4 \longrightarrow -5 \le 2f(x)-3 \le 1$

$\longrightarrow \sqrt{[-5, 1]} = \boxed{[0, 1] : R_{y_2}}$ جواب

تبدیلات

۷ـ $f(x)=\log_2^x \longrightarrow \log_2^{x+2} \longrightarrow -\log_2^{x+2} \longrightarrow -\log_2^{x+2}+3$

قرینه نسبت به محور y ها

$\boxed{-\log_2^{-x+2}+3}$

$g(x)=3-\log_2^{-x+2}$

$g(-14)=3-\log_2^{16}=3-4=-1$

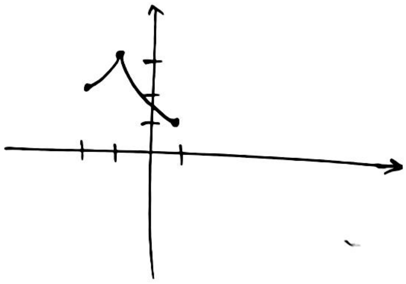
$g(-62)=3-\log_2^{64}=3-6=-3$

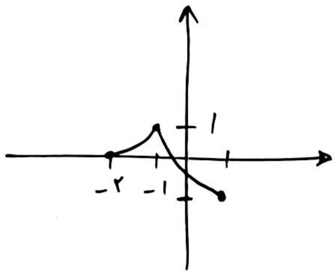
$g(-14)+g(-62)=-4$ جواب

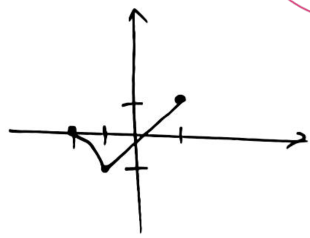
۲

۸ـ ۱/۷۵

$y_1=2-f(3-x) \longrightarrow -f(3-x) \longrightarrow f(3-x)$

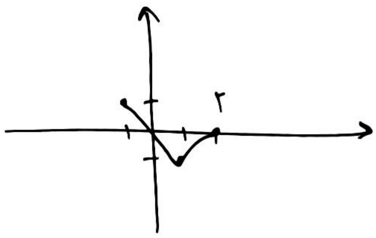


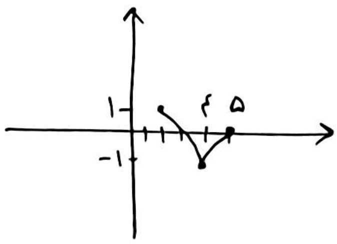




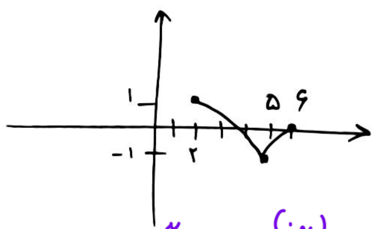
$\longrightarrow f(3+x) \longrightarrow f(x)$

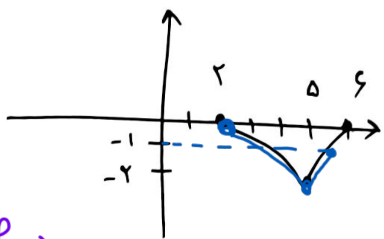
حالا از روی $f(x)$ نمودار $f(x-1)-1$ را رسم می‌کنیم.





$\longrightarrow f(x-1) \longrightarrow f(x-1)-1$





$\longrightarrow$ شکل نهایی

$f(x)=k(x-2)^3+27 \xrightarrow{(0,0)} k=\frac{27}{8} \to f(x)<0 \to x<0 \to 0<x<\frac{8}{3}$ ۳ عدد صحیح

$f(x)=28 \to x<\frac{8}{3}$

۱۰ـ ۱/۵

$f(x)=(x-2)^3+27 \qquad 28f(x)-f^2(x)\geq 0$

$g(x)=\sqrt{28f(x)-f^2(x)}$

	-1		3	
$-$	0	$+$	0	$-$

$\longrightarrow [-1,3]$

$f(x)\big(28-f(x)\big)=0$

ریشه ۱ $= f(x)$ ← -1

$28-(x-2)^3-27=0 \longrightarrow (x-2)^3=1 \longrightarrow x-2=1 \longrightarrow \boxed{x=3}$

ریشه دوم که شامل اعداد $\{-1,0,1,2,3\}$ (۵ عدد صحیح) است.