۲۰ آفرین!

Page : (   )

SUBJECT

Year: Month: Day:

۲ ۱

$$f(2x+1)+f(x+2)=3x+f(3) \xrightarrow{x=1}$$

$$f(3)+f(3)=3+f(3) \to f(3)=3 \qquad f(x)=ax+b$$

$$f(2x+1)+f(x+2)=3x+3 \Rightarrow a(2x+1)+b+a(x+2)+b=3x+3$$

$$\Rightarrow 2ax+a+b+ax+2a+b=3x+3 \Rightarrow 3ax+3a+2b=3x+3 \Rightarrow$$

$$a=1,\ b=0 \Longrightarrow f(x)=x$$

$$y=\sqrt{f(x)-x^2} \Rightarrow \sqrt{x-x^2}=y \Rightarrow \frac{-b}{2a}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2} \to$$

$$x-x^2 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} \frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4} \to (-\infty,\frac{1}{4}] \xrightarrow{\sqrt{\ }} [0,\frac{1}{2}]=R_f$$

---

۲ ۲

$$\frac{x^3-4x}{x+2} \to x\neq -2$$

$$\frac{x^3-4x}{x+2}=\frac{x(x+2)(x-2)}{x+2} \Rightarrow x^2-2x\neq 8 \Rightarrow x^2-2x-8\neq 0$$

$$(x-4)(x+2)\neq 0$$

$$\left.\begin{matrix} x\neq -2 \\ x\neq 4 \end{matrix}\right\} \to \begin{matrix} a=-2 \\ b=4 \end{matrix}$$

$$R_f \to x^2-2x \Rightarrow \frac{-b}{2a}=\frac{+2}{2}=1$$

$$\xrightarrow{x=1} 1-2=-1 \longrightarrow c=-1 \to R_f=[-1,+\infty)-\{8\}$$

$$f\left(\frac{a+b}{2c}\right) \Rightarrow f\left(\frac{4-2}{-2}\right)=f(-1)=x^2-2x \Rightarrow 1-(-2)=3$$

Senobar

SUBJECT:
Year: Month: Day: Page: ( )

(۳)

$y=\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx-8} \Rightarrow \sqrt[3]{(x-2)^3} \Rightarrow \sqrt[3]{x^3-6x^2+12x-8}$

$a=-6,\ b=12 \longrightarrow D_f=[-6,12]$ (۲)

$\sqrt[3]{(x-2)^3} \Rightarrow x-2=y \xrightarrow{x=-6} -6-2=-8$
$\xrightarrow{x=12} 12-2=10$ $\Big\} \rightarrow R_f=[-8,10]$

---

(۴)

$y_1=\left(\dfrac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{5}}$ $\longrightarrow D_{y_1}=R_{y_2} \Rightarrow$ دو تابع وارون یکدیگرند (۲)

$y_2=\dfrac{ax^2-1}{x^2+b}$

$\dfrac{x+1}{1-x}\geq 0 \longrightarrow$ $\underset{-\ \ \ +\ \ \ -}{-1\qquad 1}$ $\Rightarrow D_f=[-1,1)=R_{f_2}$

$x^2=0 \longrightarrow \dfrac{-1}{b}=-1 \Rightarrow b=1$

$x^2=+\infty \longrightarrow \dfrac{a(+\infty)}{(+\infty)}=a=1$ $\Big\} \rightarrow a+b=2$ (۲)

Page : ( )

SUBJECT

Year: Month: Day:

$\frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x} \quad [-1,1]$ ۵

۲

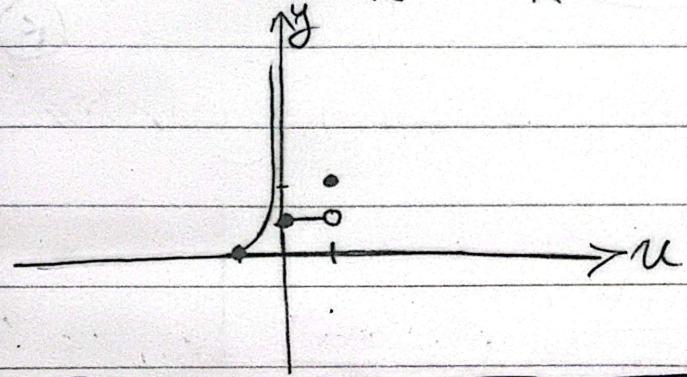
$-1 \leqslant x < 0 \Rightarrow \frac{-1}{x} + \frac{-x}{x} \Rightarrow \frac{-1}{x} - 1 \Rightarrow \frac{-1-x}{x}$

$0 \leqslant x < 1 \Rightarrow \frac{0}{x} + \frac{x}{x} \Rightarrow 1$

$x = 1 \Rightarrow \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2$

$x = -1$

$\frac{-1+1}{-1} = 0$



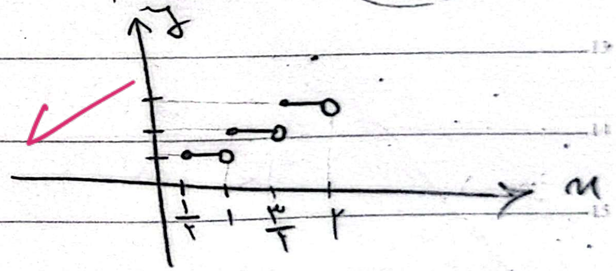
$y = [x] + [x + \frac{1}{2}] \quad [\frac{1}{2}, 2)$ ۶

۲

$\frac{1}{2} \leqslant x < 1 \Rightarrow y = 1$

$1 \leqslant x < \frac{3}{2} \Rightarrow 1 + 1 = 2 = y$

$\frac{3}{2} \leqslant x < 2 \Rightarrow 1 + 2 = 3 = y$



۷

$y=\left|\dfrac{x+1}{ax+3}\right|$ $(b,+\infty)$ $a-b=1+2=3$

۳

$y<1 \Rightarrow \left|\dfrac{x+1}{ax+3}\right|<1 \Rightarrow \dfrac{(x+1)^2}{(ax+3)^2}<1 \Rightarrow$

$(x+1)^2<(ax+3)^2 \Rightarrow x^2+2x+1<a^2x^2+6ax+9$

$(b,+\infty) \to a^2=1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow x^2+2x+1<x^2+6x+9 \Rightarrow 4x+8>0$

$\checkmark(-2,+\infty)$

$a=-1 \Rightarrow x^2+2x+1<x^2-6x+9 \Rightarrow 8x<8$ $b=-2,\ a=1$

$\times(-\infty,1)$

۸

$|x-2|+|y-1|=3$ $(2,1)$

۲

$-x+2+y-1=3$

$\Rightarrow y=x+2$ $(2,4)$ $(-1,1)$

$x=2 \Rightarrow 2+2=4$

$y=1 \Rightarrow x+2=1 \Rightarrow x=-1$

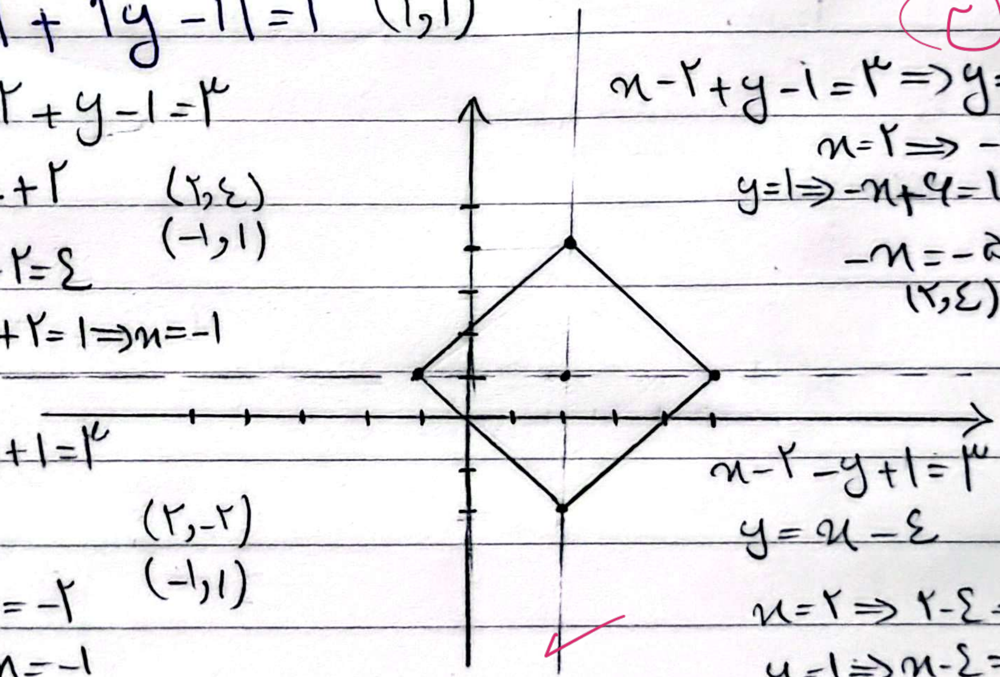
$x-2+y-1=3 \Rightarrow y=-x+6$

$x=2 \Rightarrow -2+6=4$

$y=1 \Rightarrow -x+6=1 \Rightarrow$

$-x=-5 \Rightarrow x=5$

$(2,4),(5,1)$



$-x+2-y+1=3$

$y=-x$ $(2,-2)$ $(-1,1)$

$x=2 \Rightarrow y=-2$

$y=1 \Rightarrow x=-1$

$x-2-y+1=3$

$y=x-4$

$x=2 \Rightarrow 2-4=-2$

$y=1 \Rightarrow x-4=1 \Rightarrow x=5$

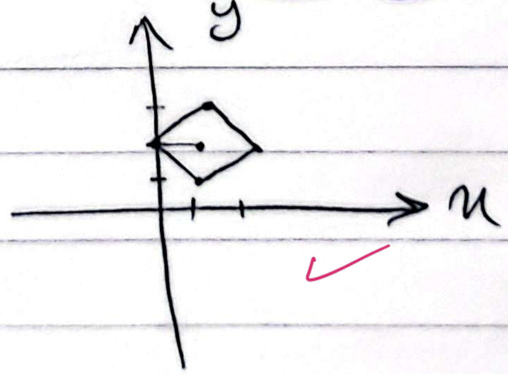
$(5,1),(2,-2)$

۹

الف) $|x-1|+|y-2|=1$

$(1,2)$

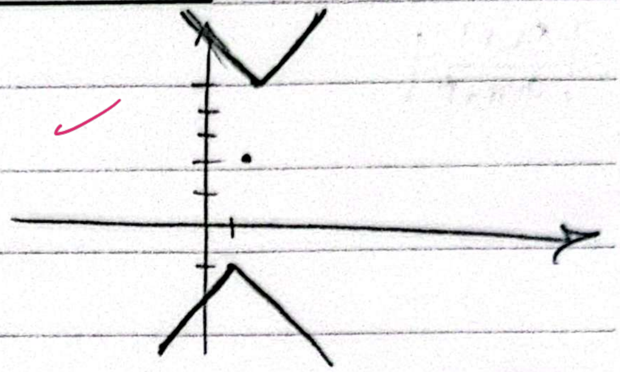
۲



ب) $|x-1| - |y-2| = -3$

$(1,2)$

$|y-2| - |x-1| = 3$



$y = 3x + |ax+b|$ $R_f = \mathbb{R}$

۱۰

$\dfrac{-b}{a}$

$3x - ax - b$ | $3x + ax + b$

$(3-a)x - b$ | $(3+a)x + b$

$\dfrac{-3b}{a}$

$(3-a)(3+a) > 0$

$9 - a^2 > 0$

	-3		3	
$-$		$+$		$-$

پس $|a| < 3$

اگر هم مساوی ۳ یا ۳- قرار دهیم یکی از معادله خط ها عددی ثابت می‌شود.

تابع ثابت

باید یا هر دو شیب مثبت داشته باشند یا شیبی که حاصل ضربشان مثبت می‌شود تا بتواند کل R را پوشش دهد.