

۱. آفرین!

$f(x)$ تابع خطی است پس داریم: $f(2x+1)+f(x+2)=2x+f(2) \rightarrow f(2x+1)=a(2x+1)+b=2ax+a+b$
 $f(x+2)=a(x+2)+b=ax+2a+b$ و $f(2)=2a+b$
 $\rightarrow 2ax+a+b+ax+2a+b=2a+b+2x \rightarrow 3ax+3b=2x \rightarrow a=1$ و $b=0 \rightarrow f(x)=x$
 $\sqrt{f(x)-x^2} \rightarrow \sqrt{x-x^2} \rightarrow S \left| \begin{matrix} -b \\ -a \end{matrix} \right| = \frac{1}{2} \rightarrow$ اگر رادیکال نبود $\rightarrow R_f = (-\infty, \frac{1}{2}] \rightarrow$ اما همانکه $\sqrt{\quad} \rightarrow [\frac{1}{4}, 0] = R_f$
 رادیکال هست ✓
 جذری گیریم

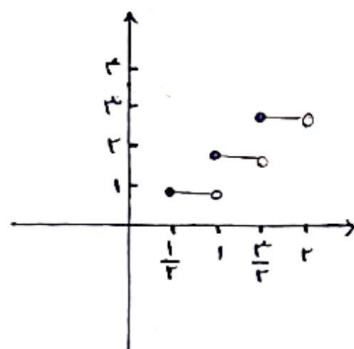
بردار صحت برای به صورت یو یو است اما سوال
 $f(x) = \frac{x(x-2)(x+2)}{x^2+2} = x^2-2x \rightarrow R_f = [-1, +\infty) \rightarrow$ ۸ را از ۸ برد کم کرده و چون درجه دوم است برای اینکه ۸ از
 برد حذف شود، ۲ عدد از ۸ انتخاب کرده بشود
 $x^2-2x=8 \rightarrow x^2-2x-8=0 \rightarrow (x-4)(x+2)=0 \rightarrow x=4$ و $x=-2$
 $\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, 4\}$ و $R_f = [-1, +\infty) - \{8\} \rightarrow a=-2, b=4, c=-1$
 $f(\frac{a+b}{c}) = f(\frac{-2+4}{-1}) = f(-1) = 3$ ✓

اگر بخواهیم تابع خطی شود باید توان ۳ از بین نبود و در این سوال عبارت زیر رادیکال را باید به صورت $(x-2)^3$ در آوریم
 این توان ۳ را رادیکال از بین ببرد.
 $\sqrt[3]{x^3-6x^2+12x-8} = \sqrt[3]{(x-2)^3} = x-2 \rightarrow a=-6$ و $b=12 \rightarrow D_f = [4, 12]$
 در تابع خطی برای به دست آوردن
 برد کافی است ابتدا انتهای دامنه را
 به تابع دهیم تا ابتدا و انتهای برد به دست آید.
 $\rightarrow f(x)=x-2 \rightarrow x=-4 \rightarrow f(x)=-8$
 $\rightarrow x=12 \rightarrow f(x)=10$
 $\rightarrow R_f = [-8, 10]$ ✓

اگر توان کسری بود پس باید توانی که در مخرج باشد
 $\frac{x+1}{1-x} > 0 \rightarrow \frac{-1}{0} + \frac{1}{0} \rightarrow D_f = [-1, 1) = R_f$
 برای به دست آوردن برد تابع هم یک بار
 کمترین و یک بار بیشترین مقدار x را
 قرار می دهیم و طبق گفته سوال
 مساوی با دامنه ی تابع اول قرار می دهیم
 $\rightarrow x^2=0 \rightarrow \frac{-1}{b} = -1 \rightarrow b=1$
 $x^2=+\infty \rightarrow \frac{a(+\infty)}{+\infty} = a=1$
 $\rightarrow a+b=2$ ✓

$\frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x}$
 $\begin{cases} \frac{-1}{x} - 1 & x < 0 \\ 1 & 0 < x < 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$
 تن
 ۱
 ۲
 ✓

$$[x] + \left[x + \frac{1}{r}\right] \begin{cases} 0+1=1 & \frac{1}{r} \leq x < 1 \\ 1+1=2 & 1 \leq x < \frac{r}{r} \\ 1+2=3 & \frac{r}{r} \leq x < 2 \end{cases}$$



از ۳ باره خط
تکین شده است!

۶

$$f = \left| \frac{x+1}{ax+3} \right| \rightarrow f < 1 \rightarrow \left| \frac{x+1}{ax+3} \right| < 1 \rightarrow \frac{(x+1)^2}{(ax+3)^2} < 1$$

$$\rightarrow x^2 + 2x + 1 < a^2x^2 + 6ax + 9 \rightarrow a^2 = 1 \rightarrow a = \pm 1 \rightarrow a = -1 \rightarrow x^2 + 2x + 1 < x^2 - 6x + 9 \rightarrow x < 1$$

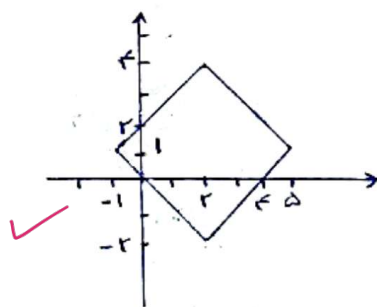
است چنان وقتی که $a < 1$ است طبق گفته سوال دانستی شود $(-\infty, 1)$ نه $[-\infty, 1)$ پس $a = 1$ بوده است:

$$x^2 + 2x + 1 < x^2 - 6x + 9 \rightarrow x < 1 \rightarrow D_f = (-\infty, 1) \quad a=1, b=-2 \rightarrow a-b=3$$

۷

$$|x-2| + |y-1| = 2$$

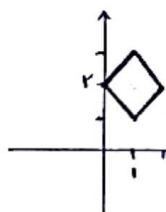
$$\begin{cases} y = -x + 2 & x \geq 2, y \geq 1 \\ y = x + 2 & x \leq 2, y \geq 1 \\ y = x - 2 & x \geq 2, y < 1 \\ y = -x & x \leq 2, y < 1 \end{cases}$$



۸

$$|x-1| + |y-2| = 1 \rightarrow \text{ابتدا ریشه قدر مطلق را پیدا می کنیم}$$

که یک مربع یکسان به سادگی. این نقطه
نقطه وسط مربع است. سوال
این دو قدر مطلق را



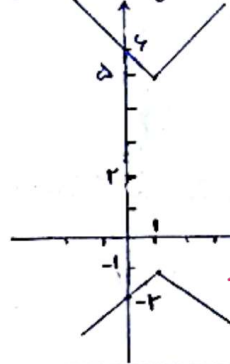
مسئله! قدر دارد پس از نقطه

(۱, ۲) یک واحد به چپ، راست، بالا و پایین

حرکت می کنیم و بعد از مشخص کردن این ۴ نقطه، آنها را بهم وصل می کنیم

$$(ب) |x-1| - |y-2| = -3 \rightarrow |y-2| - |x-1| = 3$$

مثل قسمت الف، مربع را می کشیم
اما باید در نظر داشته باشیم که پشت
قدر مطلق مربوط به x منفی است



پس دو رأس مربع

را که در بالا و پایین است، استار می دهیم.

و مربع را پاک می کنیم!

۹

$$3x + |ax + b|$$

نیاید و دو مثبت باید هم علامت باشند و تا برد بتواند R باشد!

پس ضرب نشیماهای همی مثبت است!

$$\frac{-b}{a}$$

$$(3-a)(3+a) > 0 \rightarrow \frac{-3}{-} \frac{3}{+}$$

$$\rightarrow a \in (-3, 3)$$

۱۰