

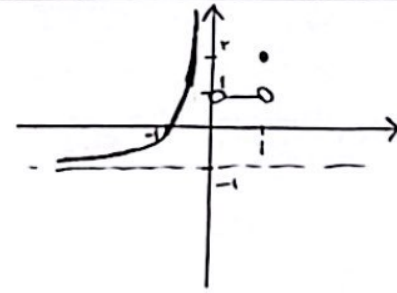
① $\rightarrow a(r_n+1)+b+a(x+r)+b=r_n+r_a+b \rightarrow r_n+r_a+r_b=r_n+r_a+b$
 $\rightarrow r_a+r_b=r_x \rightarrow a=1, b=.$
 $f(x)=ax+b \xrightarrow[a=1]{b=0} f(x)=x \rightarrow y=\sqrt{f(x)-x^r} = \sqrt{x-x^r} \xrightarrow{\max} A \left| \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \right| \rightarrow R = \sqrt{(-\infty, \frac{1}{2}]}$
 $\Rightarrow R_f = [0, \frac{1}{r}]$

② $f(x) = \frac{x^r - L_n}{x+r} \xrightarrow{x \neq -r} f(x) = \frac{x(n-r)(x+r)}{x+r} = x^r - r_n \rightarrow$ چون $y=1$ عضو رده نیست
 پس $f(1)=1$ را باید وارد دامنه کرد
 $\rightarrow x^r - r_n = 1 \rightarrow x^r - r_n - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-r\} \rightarrow a = -r, b = 1$
 $R_f = \mathbb{R} - \{a, b\}$
 $R_f \Rightarrow f(x) = x^r - r_n \rightarrow \max | -1 \rightarrow R_f = [-1, +\infty)$ نیز از رده نیست
 $R_f = [-1, +\infty) - \{1\} \rightarrow c = -1$
 $f(\frac{a+b}{rc}) = f(-1) = 1$

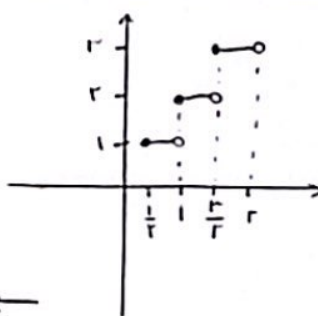
③ $\sqrt[n]{x \pm a} \rightarrow y = \sqrt[n]{(x-r)^r} = \sqrt[n]{x^r - 4x^r + 12x - 1} = \sqrt[n]{x^r + 11x^r + 6x - 1} = x - r \rightarrow a = -4, b = 12$
 $D_f = [-4, 12] \rightarrow f(x) = x - r \rightarrow R_f = [-1, 1]$

④ $y_1 = \sqrt{\frac{x+1}{1-x}} \rightarrow D_{y_1} \Rightarrow 1-x \neq 0 \rightarrow x \neq 1 \rightarrow D_{y_1} = \mathbb{R} - \{1\}$
 $\xrightarrow{x=t} y_r = \frac{at-1}{t-b} \rightarrow t = -\frac{1+y_b}{y-a} = \frac{-1-y_b}{y-a} \rightarrow y \neq a \rightarrow R_{y_r} = \mathbb{R} - \{a\}$
 $\rightarrow D_{y_1} = R_{y_r} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\} = \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow a = 1 \rightarrow y_r = \frac{x^r-1}{x^r+b} \rightarrow x^r = \frac{-1-y_b}{y-1} \xrightarrow{y \neq 1} \frac{-1-y_b}{y-1} \geq 0$
 $\rightarrow b = 1 \xrightarrow{①, ②} a+b = 1$

⑤ $\begin{cases} -1 \leq x < 0 \rightarrow \frac{-1}{x} + \frac{(-x)}{x} = \frac{-1}{x} - 1 \\ x = 0 \rightarrow \text{ن.م} \\ 0 < x < 1 \rightarrow \frac{0}{x} + \frac{x}{x} = 1 \\ x = 1 \rightarrow \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 2 \end{cases}$



⑥ $\frac{1}{r} < x < 1 \Rightarrow [x] = 0, [x + \frac{1}{r}] = 1 \rightarrow y = 1$
 $1 < x < \frac{r}{r} \Rightarrow [x] = 1, [x + \frac{1}{r}] = 1 \rightarrow y = r$
 $\frac{r}{r} < x < 2 \Rightarrow [x] = 1, [x + \frac{1}{r}] = 2 \rightarrow y = r$



از ۳ بازه تشکیل شده.

$$\frac{x \neq -\frac{r}{a}}{\left| \frac{x-1}{ax+r} \right| < 1} \xrightarrow{\text{مربع کنیم}} (x+1)^2 < (ax+r)^2 \rightarrow (1-a^2)x^2 + (2-4a)x - 1 < 0$$

چون جواب نامساوی یک نیم خط است پس $1-a^2=0 \rightarrow a=\pm 1$

$a=1 \rightarrow (x+1)^2 < (x+r)^2 \rightarrow x > -r \rightarrow (-r, +\infty) \rightarrow b=-r$
 $Q=(b, +\infty)$

$a=-1 \rightarrow (x+1)^2 < (-x+r)^2 \rightarrow x < 1 \rightarrow (-\infty, 1) \cup \bar{Q} \in$

$$\rightarrow a-b = 1-(-r) = \boxed{r+1}$$

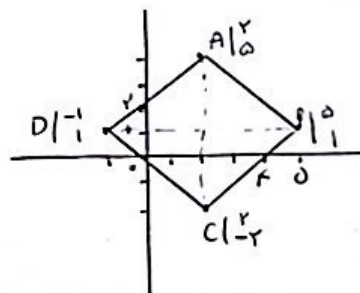
1- $x \geq 2, y \geq 1 \rightarrow (x-2) + (y-1) = 3 \rightarrow y = 4-x$

2- $x \geq 2, y < 1 \rightarrow (x-2) + (1-y) = 3 \rightarrow y = x-4$

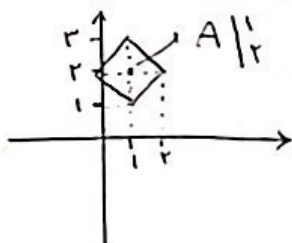
3- $x < 2, y \geq 1 \rightarrow (2-x) + (y-1) = 3 \rightarrow y = x+3$

4- $x < 2, y < 1 \rightarrow (2-x) + (1-y) = 3 \rightarrow y = -x$

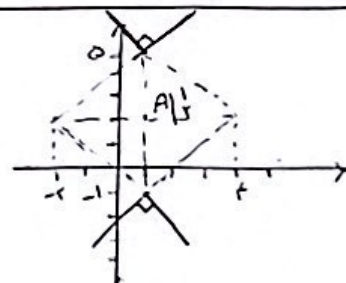
$f(x) = \begin{cases} 4-x \rightarrow x \in [2, 5], y \in [1, +\infty) \\ x-4 \rightarrow x \in [2, 5], y \in (-\infty, 1) \\ x+3 \rightarrow x \in [-1, 2], y \in [1, +\infty) \\ -x \rightarrow x \in [-1, 2], y \in (-\infty, 1) \end{cases}$



(الف)



در این روش ریشه های عبارت را به صورت یک نقاط در نظر می گیریم و در بعضی قسمت که اندازه نصف تقارن عدد زوج عبارت باشد.



$|x-1| - |y-2| = -3 \rightarrow |y-2| - |x-1| = 3$

در این روش مانند روش قبل بهیچ راهی نداریم و در این حالت آن را تبدیل در نظر می گیریم و استوار می دهیم (در اینجا چون عبارت 3 طول تر است و 0 پس از بهانه و باید استوار می دهیم)

$$\frac{-\frac{b}{a}}{(3-a)x - b} \rightarrow (3+a)x + b$$

چون تابع حاصله نه پس برای $R_f = R$ گیر از آنجا باید شیب منفی و دگر شیب مثبت داشته باشند

$$\rightarrow (3-a)(3+a) < 0 \rightarrow 9-a^2 < 0 \rightarrow a^2 > 9 \rightarrow \boxed{a > 3 \cup a < -3}$$