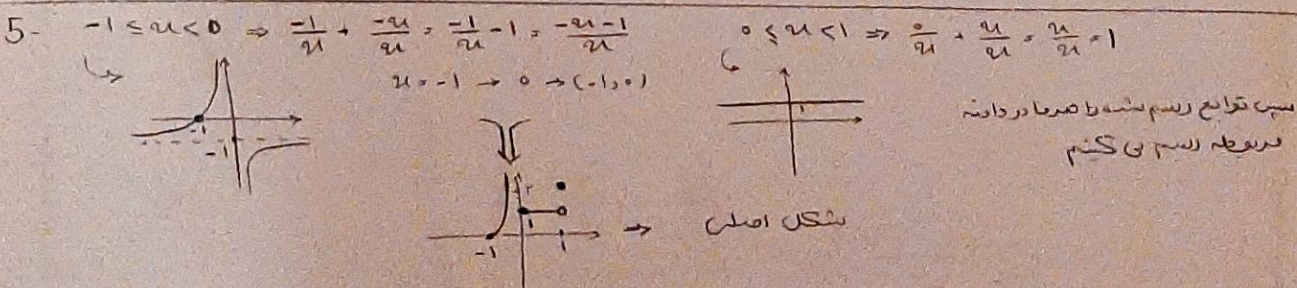


1. $f(x) = ax + b$ (تابع خطی) $\rightarrow f(x+1) = a(x+1) + b = ax + a + b$
 $f(x+2) = a(x+2) + b = ax + 2a + b$
 $3x = f(x) = ax + b$
 $\rightarrow ax + a + b + ax + 2a + b = 2(ax + 2a + b) = 2ax + 4a + 2b \rightarrow 3ax = 2ax \Rightarrow a = 1$
 $\rightarrow ax + 2a + b = 2ax + 4a + 2b \rightarrow ax + 2b = 2ax + 4a + 2b \Rightarrow b = 0$
 $y = \sqrt{f(x) - 9x^2} = \sqrt{x - 9x^2}$
 $\rightarrow \sqrt{(-\infty, \frac{1}{9}]} = [-\infty, \frac{1}{9}]$
 تعیین بردنه کمی (لایه سببی) $\rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2(-1)} = -\frac{1}{2} \rightarrow (\frac{1}{9}) - (\frac{1}{9})^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow (-\infty, \frac{1}{9}]$

2. $f(x) = \frac{x(x-2)(x+2)}{x+2} = x(x-2) \Rightarrow x^2 - 2x = y$
 $\rightarrow R = [-1, +\infty) \rightarrow$ با توجه به بازه ای که سوال برای برد تقسیم کرده است $\Rightarrow C = -1$
 باید ۱- باشد و عضو $\{8\}$ که شکل برد نسبت را از طریق دامنه اثبات می کنیم
 $D_f =$ $\Rightarrow$ بین یکی از مقادیر a یا b برابر ۲ بوده $\rightarrow x \neq -2 \Rightarrow$ طرح صفر شود
 ممکن تابع ساده شده را ساری با ۸ تکراری دهیم تا ببینیم به ازای کدام مقادیر از دامنه برد برابر ۸ میشود تا آن مقادیر را از دامنه حذف کنیم
 $f(x) = 8 \rightarrow x^2 - 2x = 8 \rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow x = 4 \text{ یا } x = -2$
 $f(x+b) = f(\frac{-2+4}{2}) = f(-1) = 3$
 $\rightarrow x = 4 \Rightarrow b = 4$

3. چون اشاره شده که تابع خطی است می بینیم زیر را می توانیم به دست آوریم که می توان آن را به صورت اجزا تکمیل و وصله ای نوشت
 $y = \sqrt{x^2 - ax + b} - 1$ (چون ۸ داریم می توانیم راحت عبارت را پیدا کنیم $(1 = (-2)^2)$)
 $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 = 1 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x = 1 \text{ یا } x = 3$
 $a = 4, b = 11 \rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 3$
 $a \leq x \leq b \rightarrow -6 \leq x \leq 12$
 $-6 - 2 \leq x - 2 \leq 12 - 2 \Rightarrow R = [-8, 10]$

4. $\frac{(x+1)}{1-x} \geq 0 \rightarrow \frac{-1}{-1+x} \geq 0 \rightarrow P = [-1, 1)$
 می بینیم عبارتی می تواند به توان کسری برسیم که خاصیت دارد
 همیشه برد توان به هم $\frac{a(x)+c}{b(x)+d}$ را به کمک دوسر $\odot$ تعیین می کنیم
 اگر تخرج صفر شود برد خارج این دو عدد را گرفته می شود پس این ۲ عدد است با توجه به فرم دامنه تابع اول و برابری آن باید ۲
 می بینیم طرح صفر می شود پس $\rightarrow$
 $R = [-\frac{1}{b}, a) \rightarrow -\frac{1}{b} = -1 \Rightarrow b = 1$
 $\rightarrow a = 1$

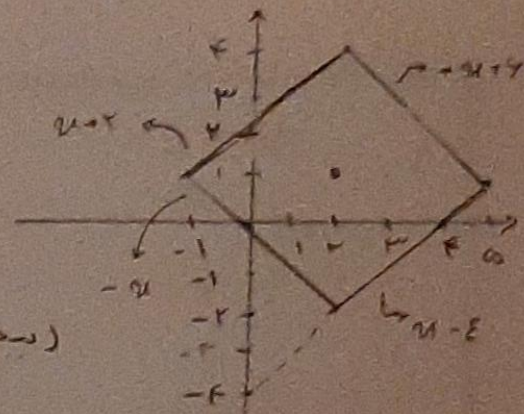


$$8) \quad x \geq 2, y \geq 1 \Rightarrow x - 2 + y - 1 = 3 \Rightarrow y = -x + 6$$

$$x \geq 2, y \leq 1 \Rightarrow x - 2 + 1 - y = 3 \Rightarrow y = x - 4$$

$$x \leq 2, y \geq 1 \Rightarrow 2 - x + y - 1 = 3 \Rightarrow y = x + 2$$

$$x \leq 2, y \leq 1 \Rightarrow 2 - x + 1 - y = 3 \Rightarrow y = -x$$



(بهینه جایی نیست)

9) الف)

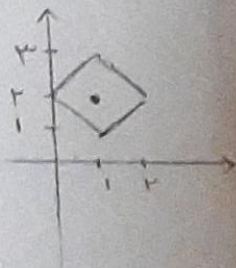
ابتدا نقطه (۱، ۲)

را مشخص کردیم و یک

واحد به سمت اطراف

حرکت کرده تا ۴ راس

چاره‌بندی به دست آید.

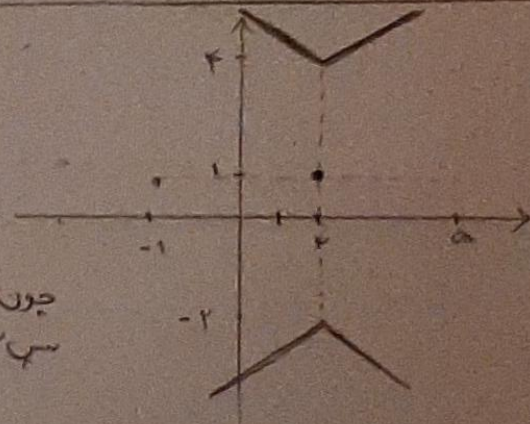


ب) 9)

چون سمت راست دستگاه معادلات

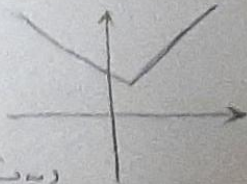
سی‌کی را در معادله (۱) ضرب می‌کنیم.

$$|y - 2| = |x - 1| = 3$$



و چون معادله به فرم $|y - b| = |x - a| = k$ است شکل را از ۲ گوشه به بالا امتداد می‌دهیم.

10)



(به شکل فرضیه رسم کردیم)

فرض کنیم تابع به شکل $y = ax + b$ می‌سیم که عدد برابر ۳ نیست.

این اتفاق زمانی می‌افتد که علامت شیب‌ها مخالف باشد پس ما

نباید شیب‌ها را هم علامت در نظر بگیریم که یعنی ضرب شیب‌ها + باشد:

$$\left. \begin{aligned} x > -\frac{b}{a} &\rightarrow 3x + ax + b = x(3+a) + b \\ x < -\frac{b}{a} &\rightarrow 3x - ax - b = x(3-a) - b \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (3+a)(3-a) &> 0 \\ 9 - a^2 &> 0 \\ a^2 &< 9 \\ -3 &< a < 3 \end{aligned}$$