

(۲)

$$1. f(x) = ax + b \quad (\text{تابع خطی}) \rightarrow f(x+1) = a(x+1) + b = ax + a + b$$

$$f(x+2) = a(x+2) + b = ax + 2a + b$$

$$3x = f(x) = ax + 2a + b$$

$$\rightarrow 3ax = 3x \Rightarrow a = 1$$

$$\rightarrow 3a + 2b = 3a + b \Rightarrow b = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = x$$

$$y = \sqrt{f(x) - 9x^2} = \sqrt{x - 9x^2}$$

$$\rightarrow \sqrt{(-\infty, \frac{1}{9}]} = [0, \frac{1}{9}] \quad \text{تعیین بردار کلی (راس منی)} \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2(-9)} = -\frac{1}{18} \rightarrow (\frac{1}{9}) - (\frac{1}{9})^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow (-\infty, \frac{1}{9}]$$

$$2. f(x) = \frac{x(x-2)(x+2)}{x+2} = x(x-2) \Rightarrow x^2 - 2x = y \quad \text{تعیین بردار کلی (راس منی)} \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = 1 \rightarrow (1)^2 - 2(1) = -1$$

$$\Rightarrow R = [-1, +\infty) \rightarrow \text{باتوجه به بازه‌ای که سوال برای برد تقسیم کرده است} \Rightarrow \boxed{C = -1}$$

$$D_f = \text{مخرج صفر نشود} \Rightarrow x \neq -2 \Rightarrow \boxed{a = -2}$$

همچنین تابع ساده شده را ساری با ۸ تکراری دهیم تا ببینیم از ای کدام مقادیر از دامنه برد برابر ۸ میشود تا آن مقادیر را از دامنه حذف کنیم.

$$f(x) = 8 \rightarrow x^2 - 2x = 8 \rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow x = 4 \text{ یا } x = -2 \rightarrow \boxed{b = 4}$$

$$3. \text{چون اشاره شده که تابع خطی است می‌توانیم زیر را دنبال کنیم که می‌توان آن را به صورت اجزا تکمیل و وصله ای نوشت}$$

$$y = \sqrt{x^2 - ax + b} - 1 \quad \text{تأیید کنیم ریشه ۳ از آن تابعی خطی باشد. (چون ۸ داریم می‌توانیم راحت عبارت را پیدا کنیم. } (1 = (-3)^2) \Rightarrow \boxed{a = 6, b = 11} \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 11$$

$$4. \frac{(x+1)}{1-x} \geq 0 \rightarrow \frac{-1}{-1+x} \geq 0 \rightarrow P: [-1, 1) \quad \text{می‌توانیم عبارتی توانده به توان کسری بررسی کنیم خاصیت باره.}$$

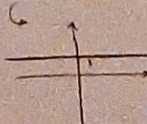
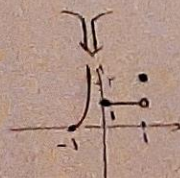
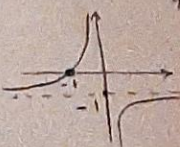
$$\text{همچنین برد توابع به فرم } \frac{ax+b}{cx+d} \text{ را به کمک دوسر } D \text{ تعیین می‌کنیم.}$$

$$\text{اگر مخرج صفر نشود برد خارج این دو عدد را گرفته می‌شود پس این ۲ عدد است. باتوجه به فرم دامنه تابع اول و برابری آن باید دامنه تابع ۲ می‌توانیم مخرج صفر نشود پس } R = [-\frac{1}{b}, a) \rightarrow -\frac{1}{b} = -1 \Rightarrow b = 1 \rightarrow \boxed{a, b = 2}$$

$$5. -1 \leq x < 0 \Rightarrow \frac{-1}{x} + \frac{-x}{x} = \frac{-1}{x} - 1 = \frac{-x-1}{x}$$

$$x = -1 \rightarrow 0 \rightarrow (-1, 0)$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow \frac{0}{x} + \frac{x}{x} = \frac{x}{x} = 1$$



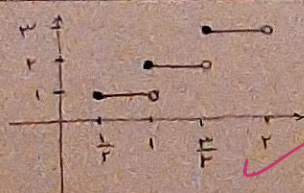
شکل اصلی

پس توابع رسم شده را صراحتاً در دامنه مربوطه رسم می‌کنیم

$$6. \frac{1}{x} \leq x < 1 \rightarrow 0 + 1 = 1$$

$$1 \leq x < \frac{5}{4} \rightarrow 1 + 1 = 2$$

$$\frac{5}{4} \leq x < 2 \rightarrow 1 + 2 = 3$$



شکل نهایی
از ۳ بازه خطی

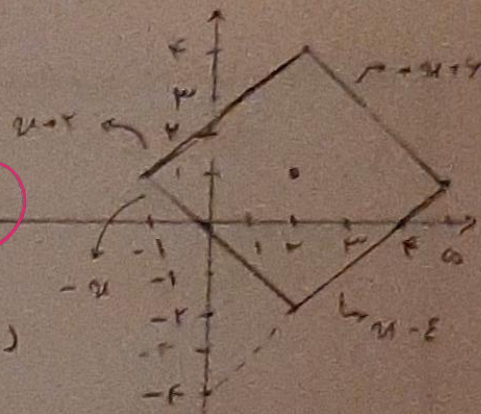
$$8) \quad x \geq 2, y \geq 1 \Rightarrow x - 2 + y - 1 = 3 \Rightarrow y = -x + 6$$

$$x \geq 2, y \leq 1 \Rightarrow x - 2 + 1 - y = 3 \Rightarrow y = x - 4$$

$$x \leq 2, y \geq 1 \Rightarrow 2 - x + y - 1 = 3 \Rightarrow y = x + 2$$

$$x \leq 2, y \leq 1 \Rightarrow 2 - x + 1 - y = 3 \Rightarrow y = -x$$

(بهینه جیل دقیق نشد)



9) الف)

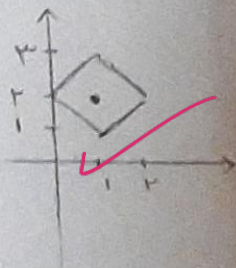
ابتدا نقطه (1, 2)

را مشخص کردیم و یک

واحد به سمت اطراف

حرکت کرده تا 4 راس

چاره‌بندی به دست آید.

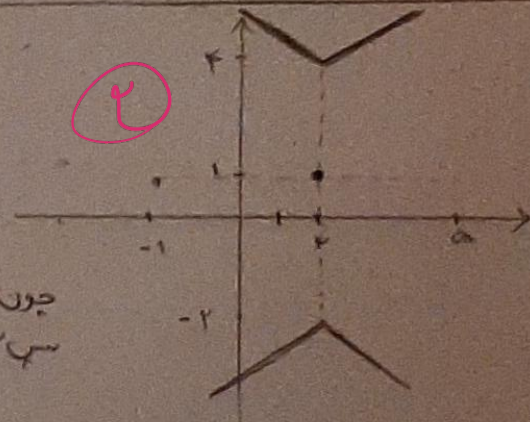


ب) 9)

چون سمت راست دستگاه معادلات است

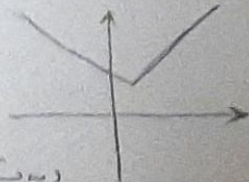
سی‌کی را در معادله (1) ضرب می‌کنیم.

$$1y - 21 = 1x - 11 = 3$$



و چون معادله به فرم $|y - b| - |x - a| = k$ است شکل را از 2 گوشه بالا امتداد می‌دهیم.

10)



(به شکل فرضیه رسم کردیم)

فرض می‌کنیم تابع به شکل $|y - b| - |x - a| = k$ باشد، می‌سیم که برد برابر 3 باشد.

این اتفاق زمانی می‌افتد که علامت شیب‌ها مخالف باشد پس ما

ناموس شیب‌ها را هم علامت در نظر بگیریم که یعنی ضرب شیب‌ها + باشد.

$$\left. \begin{aligned} x > -\frac{b}{a} &\rightarrow 3x + ax + b = x(3+a) + b \\ x < -\frac{b}{a} &\rightarrow 3x - ax - b = x(3-a) - b \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (3+a)(3-a) &> 0 \\ 9 - a^2 &> 0 \\ a^2 &< 9 \\ -3 &< a < 3 \end{aligned}$$