

$$f(x+1) + f(x+2) = 3x + f(x)$$

$$f(x) = ax + b$$

$$\text{if } x=1 \rightarrow f(2) + f(3) = 3 + f(2) \rightarrow f(3) = 3 \rightarrow \boxed{3a + b = 3}$$

$$\text{if } x=0 \rightarrow f(1) + f(2) = \frac{f(3)}{3} \rightarrow a + b + 2a + b = 3 \rightarrow \boxed{3a + 2b = 3}$$

$$\begin{cases} 3a + b = 3 \\ 3a + 2b = 3 \end{cases} \rightarrow \boxed{b = 0} \quad \boxed{a = 1} \quad f(x) = x$$

$$y = \sqrt{f(x) - x^2} \rightarrow y = \sqrt{x - x^2} \rightarrow x - x^2 \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{array} \right. \rightarrow \sqrt{(-\infty, \frac{1}{2}]}$$

$$= [0, \frac{1}{2}] \quad \text{جواب}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+2} = \frac{x(x-2)}{x+2} \xrightarrow{\text{بـ}} \frac{x(x+2)(x-2)}{x+2} = x(x-2) \quad -2$$

$$x(x-2) \neq 0 \quad \because \text{لأن } x(x-2) \text{ لا يساوي صفرًا، إذن } x \neq 0, 2$$

$$x^2 - 2x - 1 \neq 0 \rightarrow (x-1)(x+2) \neq 0 \rightarrow x \neq 1, -2$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{a, b\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1, -2\} \rightarrow \boxed{a, b = 1, -2}$$

$$R_f = [c, +\infty) - \{1\} \quad f(x) = x^2 - 2x \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \\ -1 \end{array} \right. \rightarrow R_f = [-1, +\infty) \quad \boxed{c = -1}$$

$$f\left(\frac{a+b}{2c}\right) = f\left(\frac{1-2}{-2}\right) = f(-1) = -1(-1-2) = 3 \quad \text{جواب}$$

$$y = \sqrt{x^2 + ax^2 + bx - 1} \quad D_f = [a, b] \quad -3$$

$$y = \sqrt{(x-2)^2} \rightarrow \sqrt{x^2 - 4x^2 + 12x - 1} \rightarrow \boxed{a = -4} \rightarrow D_f = [-4, 12] \quad \boxed{b = 12}$$

$$y = x - 2 \rightarrow x = -4 \rightarrow y = -6 \rightarrow R_f = [-6, 10] \\ \hookrightarrow x = 12 \rightarrow y = 10$$

$$y_1 = \left(\frac{n+1}{1-n} \right)^{\frac{1}{a}} \quad y_2 = \frac{an^2-1}{n^2+b}$$

$$O_{y_1} = R_{y_2}$$

باید توان کرد
باید مثبت باشد.

$$\rightarrow \frac{n+1}{1-n} \geq 0 \quad \frac{-1}{-1} + \frac{1}{1} \rightarrow [-1, 1)$$

$$y_2 \text{ برد} \rightarrow \frac{an^2-1}{n^2+b} \quad \begin{matrix} n=0 & \frac{-1}{b} \\ n=\infty & a \end{matrix}$$

با توجه به دامنه y_1 که $(-1, 1)$ است پس
مخرج عبارت y_2 همیشه نداشته و در مخرج بین -1 و 1

$$\boxed{b=1} \quad \boxed{a=1} \quad \text{است پس:}$$

$$a+b = \boxed{2} \quad \text{جواب}$$

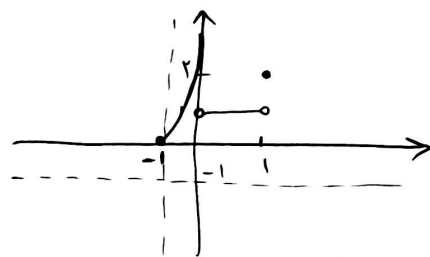
$$\frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x}$$

- ۵ در بازه $[-1, 1]$

$$0 < x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow |x| = x \rightarrow y = 1$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow |x| = -x \rightarrow y = \frac{-1}{x} - 1$$

$$x = 1 \rightarrow y = 2 \quad \left| \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right.$$



$$y = [x] + \left[x + \frac{1}{r} \right]$$

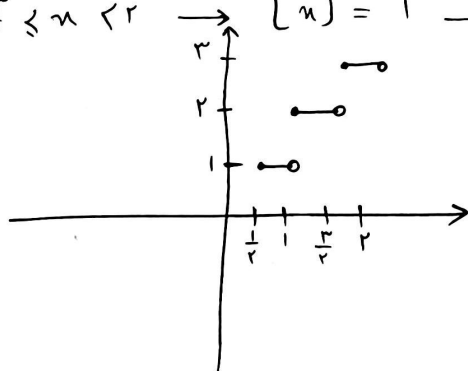
- ۶ در بازه $\left[\frac{1}{r}, 2 \right)$

$$\frac{1}{r} \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0, \quad 1 \leq x + \frac{1}{r} < \frac{r}{r} \rightarrow \left[x + \frac{1}{r} \right] = 1 \rightarrow y = 1$$

$$1 \leq x < \frac{r}{r} \rightarrow [x] = 1, \quad \frac{r}{r} \leq x + \frac{1}{r} < 2 \rightarrow \left[x + \frac{1}{r} \right] = 1 \rightarrow y = 2$$

$$\frac{r}{r} \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow 2 \leq x + \frac{1}{r} < \frac{2r}{r} \rightarrow \left[x + \frac{1}{r} \right] = 2 \rightarrow y = 3$$

از $\frac{r}{r}$ به 2 خط تکیه است ✓



نکته: -۷

$$\left| \frac{x+1}{ax+3} \right| < 1 \rightarrow \frac{|x+1|}{|ax+3|} < 1 \rightarrow |x+1| < |ax+3|$$

$$\rightarrow (x+1)^2 < (ax+3)^2 \rightarrow x^2 + 2x + 1 < a^2x^2 + 6ax + 9$$

$$\rightarrow x^2(1-a^2) + x(2-6a) - 8 < 0 \rightarrow ((1-a)x - 2)((1+a)x + 4) < 0$$

$$\rightarrow \text{ریشه ها} : x = \frac{2}{1-a} \quad x = \frac{-4}{a+1}$$

اگر $a \neq \pm 1$ در این صورت جواب بین دوریه است و چون بازه $(b, +\infty)$ است پس عتق است.

اگر $a=1$ باید مخرج در $x=-3$ صفر شود (۳-۶) در این بازه نیست پس عتق است.

$D_f = (b, +\infty) \rightarrow \boxed{b = -2}$
 $\boxed{a = 1}$
 $a - b = 1 - (-2) = 3$ جواب

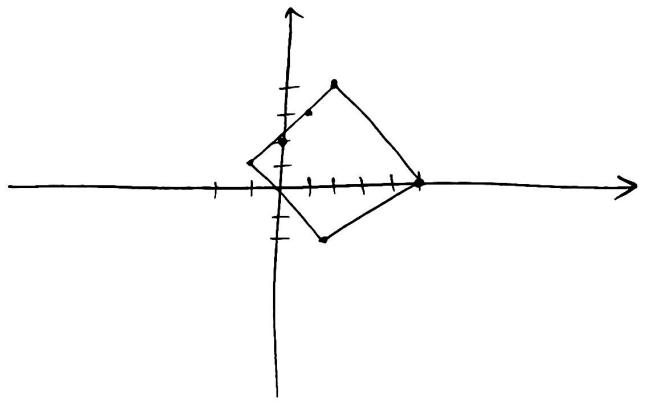
$$|x-2| + |y-1| = 3$$

$$y-1 = 3 - |x-2| \rightarrow y = 4 - |x-2| \quad -۸$$

$$|y-1| = 3 - |x-2| \rightarrow y-1 = |x-2| - 3 \rightarrow y = |x-2| - 2$$

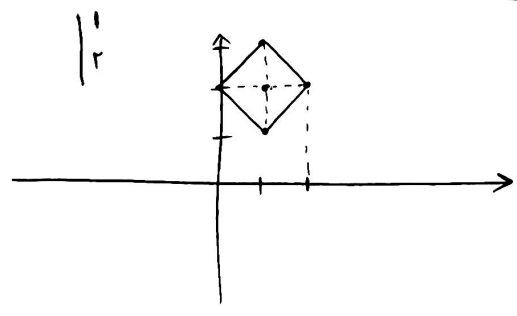
۲

$y_1 \rightarrow 4 - (2-x)$	$y_1 \rightarrow 4 - (x-2) \rightarrow \boxed{y_1 = 6-x}$
$\boxed{y_1 = 2+x}$	$y_2 \rightarrow x-2-2 \rightarrow \boxed{y_2 = x-4}$
$y_2 = 2-x-2 \rightarrow \boxed{y_2 = -x}$	



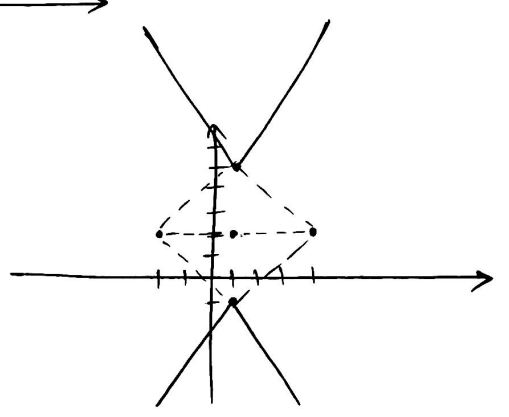
الف) $|x-1| + |y-2| = 1$

برای یک واحد از ۱
 $x=0 \rightarrow y=2$
 $x=1 \rightarrow y=1$
 $x=2 \rightarrow y=2$
 $x=1 \rightarrow y=3$



-۹

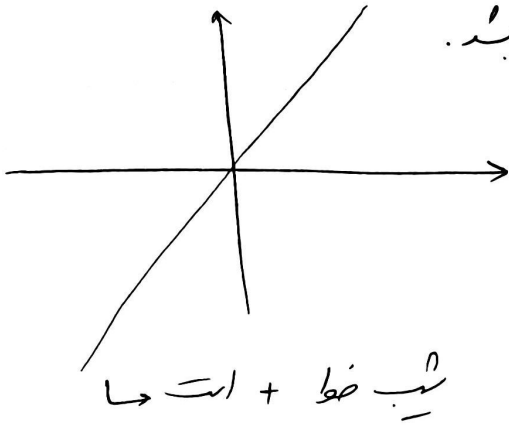
ب) $|x-1| - |y-2| = -3 \rightarrow |y-2| - |x-1| = 3$
 برای ۳ واحد از ۱
 و پایین و راست



$$y = 3x + |ax + b| \quad R_f = \mathbb{R}$$

نکته: $\underline{\underline{=}}$

۱۰- برای اینکه برد تابع $\mathbb{R}$ باشد شکل نمودار آن باید به این صورت باشد.



$$ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$\frac{-b}{a}$	$3x + ax + b$
$(3-a)x + b$	$(a+3)x + b$

$$\left. \begin{array}{l} a+3 > 0 \rightarrow a > -3 \\ 3-a > 0 \rightarrow a < 3 \end{array} \right\} \text{ جواب } -3 < a < 3$$