

کتاب شماره ۵

باید ۲. آهسته!

-۱

$$f(x+1) + f(x+2) = 3x + f(2)$$

$$f(x) = ax + b$$

if $x=1 \rightarrow f(2) + f(3) = 3 + f(2) \rightarrow f(3) = 3 \rightarrow \boxed{3a + b = 3}$

(۲)

if $x=0 \rightarrow f(1) + f(2) = \frac{f(2)}{2} \rightarrow a + b + 2a + b = 3 \rightarrow \boxed{3a + 2b = 3}$

$$\begin{cases} 3a + b = 3 \\ 3a + 2b = 3 \end{cases} \rightarrow \boxed{b = 0} \quad \boxed{a = 1} \quad f(x) = x$$

$$y = \sqrt{f(x) - x^2} \rightarrow y = \sqrt{x - x^2} \rightarrow x - x^2 \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{array} \right. \rightarrow \sqrt{(-\infty, \frac{1}{2}]}$$

$= [0, \frac{1}{2}]$ جواب ✓

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+2} = \frac{x(x-2)}{x+2} \xrightarrow{\text{باید}} \frac{x(x+2)(x-2)}{x+2} = x(x-2) \quad \boxed{x \neq -2}$$

-۲

$x(x-2) \neq 0$: $x \neq 0$ و $x \neq 2$ پس $x(x-2)$ باید $\neq 0$ و $x \neq 2$

$x^2 - 2x - 1 \neq 0 \rightarrow (x-1)(x+2) \neq 0 \rightarrow x \neq 1, -2$

$D_f = \mathbb{R} - \{a, b\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1, -2\} \rightarrow \boxed{a, b = 1, -2}$

$R_f = [c, +\infty) - \{1\}$ $f(x) = x^2 - 2x \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \\ -1 \end{array} \right. \rightarrow R_f = [-1, +\infty)$
 $\boxed{c = -1}$

$f(\frac{a+b}{2c}) = f(\frac{1-2}{-2}) = f(-1) = -1(-1-2) = 3$ جواب ✓

$y = \sqrt{x^2 + ax^2 + bx - 1}$ $D_f = [a, b]$

-۳

$y = \sqrt{(x-2)^2} \rightarrow \sqrt{x^2 - 4x^2 + 12x - 1} \rightarrow \boxed{a = -4} \rightarrow \boxed{b = 12} \rightarrow D_f = [-4, 12]$

$y = x - 2 \rightarrow x = -4 \rightarrow y = -6$
 $\hookrightarrow x = 12 \rightarrow y = 10 \rightarrow R_f = [-6, 10]$ ✓

$$y_1 = \left(\frac{n+1}{1-n} \right)^{\frac{1}{a}} \quad y_2 = \frac{an^2-1}{n^2+b}$$

$$O_{y_1} = R_{y_2}$$

باید توان کرد
باید مثبت باشد.

$$\rightarrow \frac{n+1}{1-n} \geq 0 \quad \frac{-1}{-1} + \frac{1}{1} \rightarrow [-1, 1)$$

$$y_2 \text{ برد} \rightarrow \frac{an^2-1}{n^2+b} \quad \begin{matrix} n=0 & \frac{-1}{b} \\ n=\infty & a \end{matrix}$$

با توجه به دامنه y_1 که $(-1, 1)$ است پس
مخرج عبارت y_2 همیشه نداشته و در بازه $[-1, 1]$ و

$$\boxed{b=1} \quad \boxed{a=1} \quad \text{است پس:}$$

$$a+b = \boxed{2} \quad \text{جواب}$$

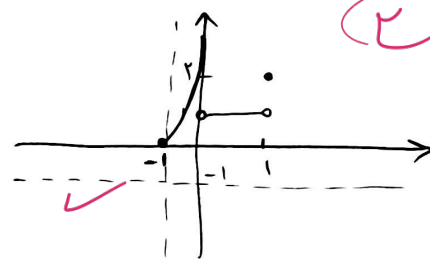
$$\frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x}$$

- ۵ در بازه $[-1, 1]$

$$0 < x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow |x| = x \rightarrow y = 1$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow |x| = -x \rightarrow y = \frac{-1}{x} - 1$$

$$x = 1 \rightarrow y = 2 \quad \left| \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right.$$



$$y = [x] + \left[x + \frac{1}{r} \right]$$

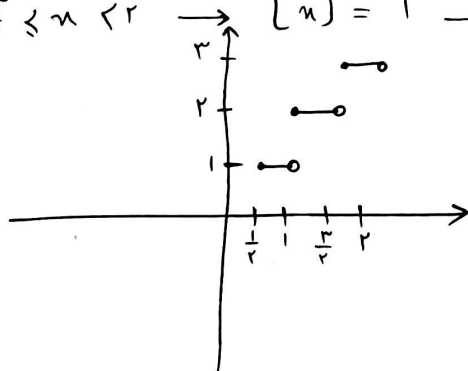
- ۶ در بازه $\left[\frac{1}{r}, 2 \right)$

$$\frac{1}{r} \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0, 1 \leq x + \frac{1}{r} < \frac{r}{r} \rightarrow \left[x + \frac{1}{r} \right] = 1 \rightarrow y = 1$$

$$1 \leq x < \frac{r}{r} \rightarrow [x] = 1, \frac{r}{r} \leq x + \frac{1}{r} < 2 \rightarrow \left[x + \frac{1}{r} \right] = 1 \rightarrow y = 2$$

$$\frac{r}{r} \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow 2 \leq x + \frac{1}{r} < \frac{2r}{r} \rightarrow \left[x + \frac{1}{r} \right] = 2 \rightarrow y = 3$$

از $\frac{r}{r}$ به 2 خط میکی است ✓



نکته: -v

$$\left| \frac{x+1}{ax+3} \right| < 1 \rightarrow \frac{|x+1|}{|ax+3|} < 1 \rightarrow |x+1| < |ax+3|$$

$$\rightarrow (x+1)^2 < (ax+3)^2 \rightarrow x^2 + 2x + 1 < a^2x^2 + 6ax + 9$$

$$\rightarrow x^2(1-a^2) + x(2-6a) - 8 < 0 \rightarrow ((1-a)x - 2)((1+a)x + 4) < 0$$

$$\rightarrow \text{ریشه ها} : x = \frac{2}{1-a} \quad x = \frac{-4}{a+1}$$

اگر $a \neq \pm 1$ در این صورت جواب بین درجته است و چون بازه $(b, +\infty)$ است پس عتق است.

اگر $a = 1$ باید مخرج در $x = -3$ صفر شود (۳-۶) در این بازه نیست پس عتق است.

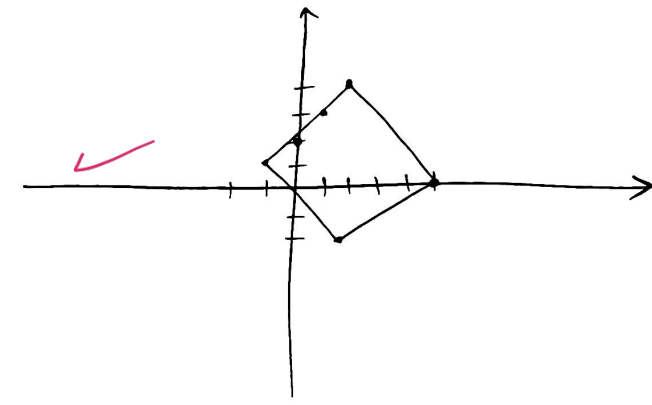
$D_f = (b, +\infty) \rightarrow \boxed{b = -2}$
 $\boxed{a = 1}$
 $a - b = 1 - (-2) = 3$ جواب

$$|x-2| + |y-1| = 3$$

$$\begin{aligned} y-1 &= 3 - |x-2| \rightarrow y = 4 - |x-2| \\ |y-1| &= 3 - |x-2| \rightarrow y-1 = |x-2| - 3 \rightarrow y = |x-2| - 2 \end{aligned}$$

۲

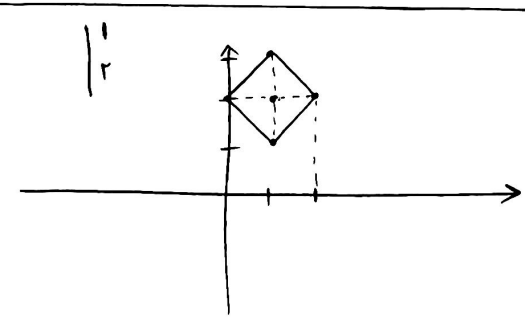
$$\begin{aligned} y_1 &\rightarrow 4 - (2-x) \rightarrow y_1 = 2+x \\ y_2 &\rightarrow 2-x-2 \rightarrow y_2 = -x \end{aligned}$$



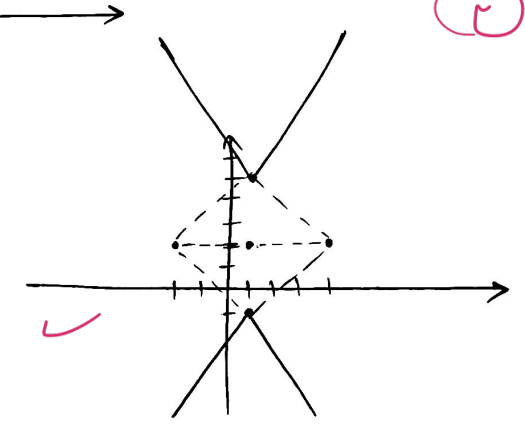
الف) $|x-1| + |y-2| = 1$

برای یک واحد از ۱
 به سمت راست و چپ
 و بالا و پایین

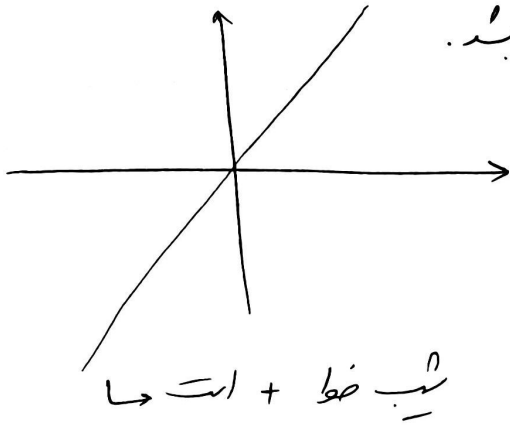
$x=0 \rightarrow y=2$
 $x=1 \rightarrow y=1$
 $x=2 \rightarrow y=2$
 $x=1 \rightarrow y=3$



ب) $|x-1| - |y-2| = -3 \rightarrow |y-2| - |x-1| = 3$
 برای ۳ واحد از ۱ به سمت راست و چپ و بالا و پایین



$$y = 3x + |ax + b| \quad R_f = \mathbb{R}$$



۱۰- برای اینکه برد تابع $\mathbb{R}$ باشد شکل نمودار آن باید به این صورت باشد.

$$ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

	$-\frac{b}{a}$
$(3-a)x + b$	$3x + ax + b$
	$(a+3)x + b$

$$\left. \begin{array}{l} a+3 > 0 \rightarrow a > -3 \\ 3-a > 0 \rightarrow a < 3 \end{array} \right\} \quad -3 < a < 3 \quad \text{جواب}$$