

f.o.f, 4, 17

الف

تشریح کنید

$$f(x) = ax + b$$

$$a(x+1) + b + a(x+2) + b = 3x + 3a + b \Rightarrow x(3a) + 3a + b = 3x + 3a \quad (1)$$

$$\Rightarrow b=0, a=1 \Rightarrow f(x) = x$$

$$y = \sqrt{x-2} \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow R = (-2, \frac{1}{2}] \xrightarrow{\sqrt{\quad}} [0, \frac{1}{2}]$$

$$f(x) = \frac{x(x+2)(x-2)}{x+2} \Rightarrow \frac{a}{x+2} \mid, x(x-2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \quad (2)$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 2 \rightarrow R_f = [(-1), +\infty) \rightarrow f\left(\frac{-2+4}{2(-1)}\right) = f(-1) = +3$$

(3) تابع متناهی در صورتی قطع خواهد بود که $\sqrt{\quad}$ عبارت اولی و دوم آن در هر دو طرف ≥ 0 باشد.

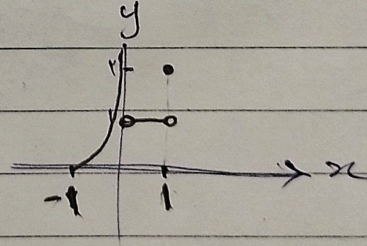
$$y = \sqrt[3]{(x-2)^3} = \sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 12x - 8} \Rightarrow a = -4, b = 12 \Rightarrow D_y = [-4, 12]$$

$$y = (x-2)^3 \xrightarrow{D=[-4, 12]} R = [-2, 12]$$

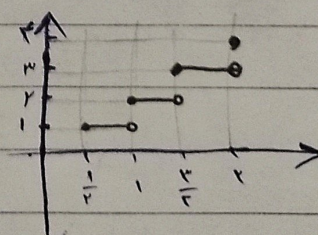
$$y_1 = \left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{D=[-1, 1]} D_{y_1} = \begin{cases} x^2=0 \rightarrow \frac{1}{b} \\ x^2 \rightarrow +\infty \rightarrow a \end{cases} \quad (4)$$

$$= \left[-\frac{1}{b}, a\right] \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ -\frac{1}{b} = -1 \rightarrow b=1 \end{cases} \Rightarrow a+b = 1+1 = 2$$

$$f(x) = \frac{[x]}{2} + \frac{|x|}{2} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \\ 0 \leq x < 1 \\ x=1 \end{cases}$$



$$y = [x] + \left[x + \frac{1}{x}\right] \Rightarrow \begin{cases} 1 & \frac{1}{x} \leq x < 1 \\ 2 & 1 \leq x < \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{3} \\ 4 & x = \frac{1}{3} \end{cases}$$



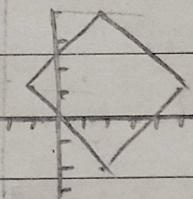
(5)

$$\frac{|x+1|}{|ax+2|} < 1 \rightarrow |x+1| - |ax+2| < 0 \rightarrow (ax+2)^2 - (x+1)^2 > 0 \quad (7)$$

این نوع معادله را می توان به صورت $|ax+2| > |x+1|$ نوشت. برای اینکه بتوانیم این را حل کنیم باید به این فکر کنیم که $|ax+2| > |x+1|$ چه معنی دارد. این معادله را می توان به صورت $(a-1)x > -3$ و $(a+1)x < 3$ نوشت. اگر $a=1$ داریم $0 > -3$ که همیشه درست است. اگر $a \neq 1$ داریم $x > \frac{-3}{a-1}$ و $x < \frac{3}{a+1}$. پس $x \in (\frac{-3}{a-1}, \frac{3}{a+1})$ است. اگر $a=1$ داریم $x \in (-\infty, \infty)$ است.

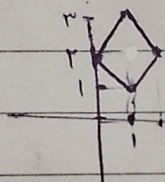
$$x+2-1 \leq x \leq 4-x \quad 2 \leq x \leq 5$$

$$x-1 \leq x \leq 2-x \quad +2x \leq 5$$



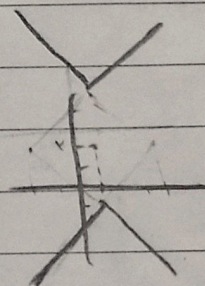
(8)

$$|x-1| + |y-2| = 1$$



$$|x-1| - |y-2| = -3$$

$$|y-2| - |x-1| = 3$$



(9)

$$y = \begin{cases} (2+a)x + b & x \geq \frac{b}{a} \\ (2-a)x - b & x < \frac{-b}{a} \end{cases}$$

(10) برای اینکه بداند R باشد باید به این فکر کنیم که $|x-1| + |y-2| = 1$ چه معنی دارد. این معادله را می توان به صورت $|x-1| \leq 1$ و $|y-2| \leq 1$ نوشت. پس $x \in [0, 2]$ و $y \in [1, 3]$ است.

$$\rightarrow (2+a)(2-a) > 0 \rightarrow 4 - a^2 > 0 \rightarrow -2 < a < 2 \rightarrow a \in (-2, 2)$$