نام و نام خانوادگی: دلارام میرزا باجمالیان ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۵ ...... کلاس: دوازدهم دختر B ......

۱

$F(2x+1) + F(x+2) = 3x + F(3)$ تابع خطی $= ax+b$ ، برد $y = \sqrt{F(x) - x^2}$

$a(2x+1) + b + a(x+2) + b = 3x + 3a + b$

$\underbrace{a(3x+3)}_{3ax+3a} + 2b = 3x + 3a + b \longrightarrow 3a = 3$ ، $a = 1$ ، $b = 0$ $\longrightarrow F(x) = x$

$y = \sqrt{x - x^2} \longrightarrow -x^2 + x$

$x_{max} = \frac{1}{2} \leftarrow$ Max $\longrightarrow y_{max} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{رادیکال}} [0, \frac{1}{2}] = R_y$

۲

$F(x) = \frac{x^3 - 4x}{x+2}$ $D_F = \mathbb{R} - \{a, b\}$ $R_y = [c, +\infty) - \{8\}$ $F(\frac{a+b}{2c}) = ?$

$D_F = \mathbb{R} - \{a, b\} \longrightarrow a = -2$ ، $b = 4$

-2 ریشه مخرج ، تابع برابر ۸ قرار می‌دهیم $\leftarrow x = 4$

$x^3 - 4x = 8x + 16$

$x^3 - 12x - 16 = 0 \longrightarrow x(x^2 - 12) - 16 = 0$ $16 \to x = 4$

$F(x) = \frac{x(x-2)(x+2)}{x+2} = x^2 - 2x$

کمترین مقدار: $x = 1$ ، $y = -1 \longrightarrow c = -1$

$F(\frac{-2+4}{-2}) = F(-1) = \frac{-1+4}{1} = 3$

۳

$y = \sqrt[3]{x^3 + ax^2 + bx - 8}$ $D_y = [a, b]$

$(x - b)^3 = x^3 + 3b^2x - 3bx^2 - 8 \longrightarrow D_y = [-6, 12]$

$b = 2$ ، $b = +12$ ، $a = -6$

$y = ax \pm B$ (ضریب x^2 ، 1)

$y = x - 2$

$-6 \leq x \leq 12 \longrightarrow -8 \leq x - 2 \leq 10 \longrightarrow R_y = [-8, 10]$

۴

$y_1 = (\frac{x+1}{1-x})^{\frac{1}{5}}$ $y_2 = \frac{ax^2 - 1}{x^2 + b}$ $D_{y_1} = R_{y_2}$

$D_{y_1} \xrightarrow[\text{به توان کسری برد}]{\text{عدد منفی نمی‌تواند}} [-1, 1) = R_{y_2}$ $y_2 = \frac{ax^2 - 1}{x^2 + b}$

بیشترین $\longrightarrow 1 = a$ $1 + 1 = 2$

کمترین $\longrightarrow -\frac{1}{b} = -1 \to b = 1$

مخرج نباید صفر شود که بین دو عدد باشد برد

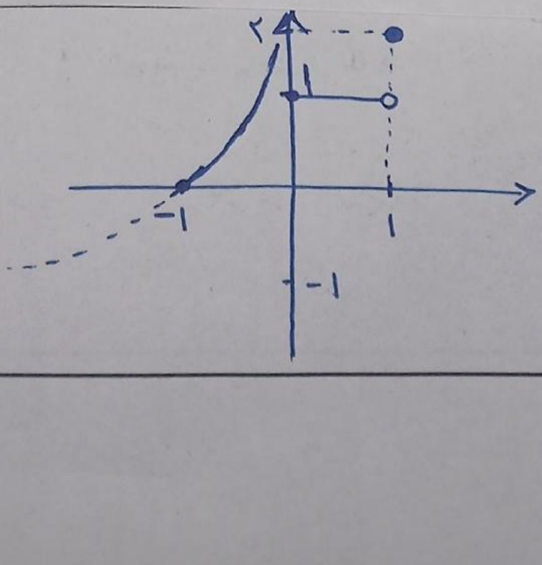
۵

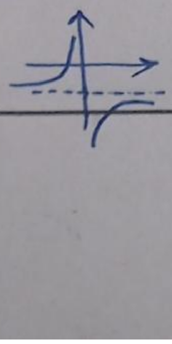
$y = \frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x}$ $[-1, 1]$

$-1 \leq x < 0 \longrightarrow -\frac{1}{x} - 1$

$0 \leq x < 1 \longrightarrow 0 + 1 = 1$

$x = 1 \longrightarrow 1 + 1 = 2$





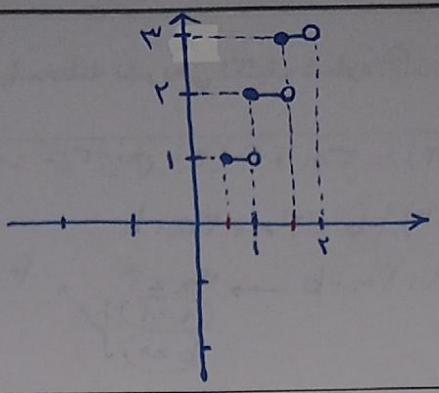
۶

$y=[x]+[x+\frac{1}{2}]$ $\quad [\frac{1}{2},2)$

$\frac{1}{2}\le x<1 \to 0+1$

$1\le x<\frac{3}{2} \to 1+1$

$\frac{3}{2}\le x<2 \to 1+2$



۳ پاره خط

۷

$\left|\frac{x+1}{ax+3}\right|<1 \qquad D=(b,+\infty)$

$|x+1|<|ax+3| \to x^2+2x+1<a^2x^2+6ax+9 \to \underbrace{(a^2-1)x^2+(6a-2)x+8>0}$

$a^2-1=0 \to a=\pm 1$ ← درجه اول $D=(b,+\infty)$

← مزیب $x>0$ ← $6a-2>0$ ← $a>\frac{1}{3}$ ← $\boxed{a=1}$

$\xrightarrow{\text{در نتیجه}} 4x+8>0 \to x>-2 \to \boxed{b=-2}$ $\qquad a-b \to 1+2=\boxed{+3}$

۸

$|x-2|+|y-1|=3$

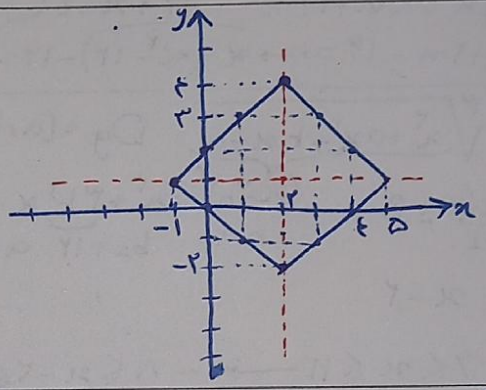
$x=$ ریشه 2 $\quad y=$ ریشه 1

① $x\ge 2, y\ge 1 \to y=-x+4$

② $x\ge 2, y\le 1 \to y=x-4$

③ $x\le 2, y\ge 1 \to y=x+2$

④ $x\le 2, y\le 1 \to y=-x$



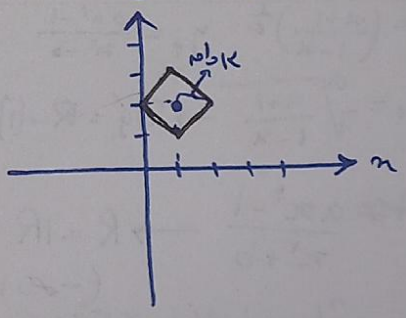
۹

الف) نمودار مربع

$|x-1|+|y-2|=1$

$x=$ ریشه 1 $\quad y=$ ریشه 2

$A\left|\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$



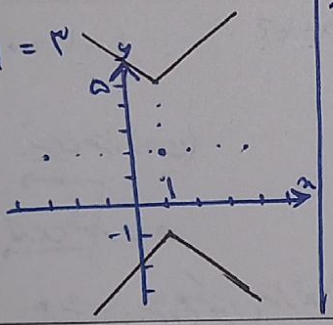
ب) نمودار پیچیده‌تر کمی سخت‌تر

$|x-1|-|y-2|=-3$

$\times(-1) \to |y-2|-|x-1|=3$

$y=$ ریشه 2 $\quad x=$ ریشه 1

$A\left|\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$



۱۰

$y=3x+|ax+b| \qquad R_y=\mathbb{R}$

y نباید شیب دو خط هم علامت باشد تا برد تابع $\mathbb{R}$ شود

$$y=\begin{cases}(3+a)x+b & ax+b>0\\ (3-a)x-b & ax+b\le 0\end{cases}$$

$(3+a)(3-a)<0 \to 9-a^2<0 \to a^2>9$

$a<-3$ یا $a>3$ $\qquad a\in(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$