

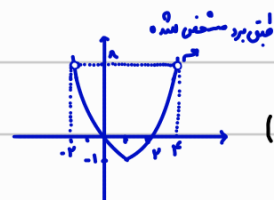
سوال ۱)

$$f(2x+1) + f(x+2) = 3x + f(3) \xrightarrow{x=1} f(3) + f(3) = 3 + f(3) \rightarrow f(3) = 3 \Rightarrow f(2x+1) + f(x+2) = 3x + 3$$

$$\text{چون } f(x) \text{ خطی} \Rightarrow a(2x+1) + b + a(x+2) + b = 3x + 3 \Rightarrow 2ax + a + b + ax + 2a + b = 3x + 3 \Rightarrow 3ax + 3a + 2b = 3x + 3$$

$$\Rightarrow 3a = 3 \rightarrow a = 1, \quad 3a + 2b = 3 \xrightarrow{a=1} 3 + 2b = 3 \Rightarrow 2b = 0 \rightarrow b = 0 \Rightarrow f(x) = x$$

$$y = \sqrt{f(x) - x^2} \rightarrow y = \sqrt{x - x^2} \quad \text{مانند } \left| \frac{1}{x} \right| \Rightarrow R_y = \sqrt{(-\infty, \frac{1}{2}]} \Rightarrow R_y = [0, \frac{1}{2}]$$



سوال ۲)

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x}{x+2} \quad D_f = \mathbb{R} - \{a, b\} \quad R_f = [c, +\infty) - \{d\} \quad f(x) = \frac{x(x-2)(x+2)}{x+2} = \frac{x(x-2)}{1} = x^2 - 2x$$

$$a = -2, b = 2, c = -1 \quad f\left(\frac{a+b}{2c}\right) = f\left(\frac{-2+2}{-2}\right) = f(-1) = \frac{(-1)^3 - 2(-1)}{-1+2} = \frac{-1+2}{1} = 1$$

$$y = \sqrt[3]{x^3 + ax^2 + bx - 1} \quad D_y = [a, b] \quad \text{چون } y = \sqrt[3]{(x-2)^3} = \sqrt[3]{x^3 - 6x^2 + 12x - 8} \Rightarrow a = -4, b = 12$$

سوال ۳)

$$y = x - 2 \quad D_y = [-4, 12] \quad x = -4 \rightarrow y = -6, \quad x = 12 \rightarrow y = 10 \Rightarrow R_y = [-6, 10]$$

$$y_1 = \left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{5}} \quad y_2 = \frac{ax^2-1}{x^2+b} \quad D_{y_1} = R_{y_2} \quad \frac{x+1}{1-x} > 0 \Rightarrow \frac{-1}{-1+\frac{1}{y}} = D_{y_1} = [-1, 1) = R_{y_2} (= \text{مقدار عددی مثبت باشد})$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x=0 &\rightarrow \frac{-1}{-1+\frac{1}{y}} = -1 \rightarrow b=1 \\ \rightarrow x=+\infty &\rightarrow \frac{-1}{-1+\frac{1}{y}} = 1 \Rightarrow a=1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow a+b=2$$

برای بدست آوردن برد تابع دوم یک بار کمترین و یک بار بیشترین مقدار را قرار می دهیم و
چون نکته سوال مسأله با دامنه تابع اول قرار می دهیم

$$y = \frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x} \quad D_y = [-1, 1] \quad -1 < x < 0 \quad \frac{[x]}{x} = -1 \rightarrow y = \frac{-1}{x} - 1$$

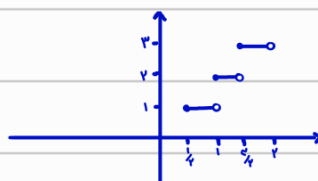
سوال ۵)



$$0 < x < 1 \quad \frac{[x]}{x} = 0 \rightarrow y = 1 \quad x = 1 \rightarrow y = 2$$

$$y = [x] + [x + \frac{1}{x}] \quad D_y = [\frac{1}{x}, 2) \quad \frac{1}{x} < x < 1 \rightarrow y = 1$$

سوال ۶) از ۳ باره خط تشکیل شده



$$1 < x < \frac{3}{2} \rightarrow y = 2, \quad \frac{3}{2} < x < 2 \rightarrow y = 3$$

$$y = \left| \frac{x+1}{ax+3} \right| \quad y < 1 \rightarrow D_y = (b, +\infty)$$

سوال ۷)

$$y < 1 \rightarrow \left| \frac{x+1}{ax+3} \right| < 1 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{(ax+3)^2} < 1 \Rightarrow (x+1)^2 < (ax+3)^2 \rightarrow x^2 + 2x + 1 < a^2x^2 + 6ax + 9$$

$$(b, +\infty) \rightarrow a^2 = 1 \rightarrow a = 1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 < x^2 + 6x + 9 \rightarrow 4x > 8 \Rightarrow x > 2 \rightarrow D_f = (2, +\infty) \checkmark$$

$$\downarrow a = -1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 < x^2 - 6x + 9 \rightarrow 8x < 8 \rightarrow x < 1 \Rightarrow (-\infty, 1) \text{ غلط}$$

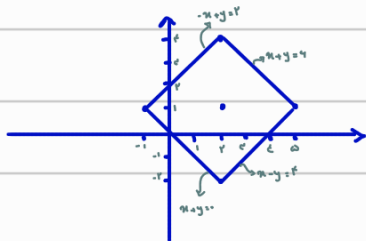
$$\Rightarrow a = 1, b = 2 \rightarrow a - b = 1 + 2 = 3$$

سوال ۸

$$|x-2| + |y-1| = 3 \quad \begin{matrix} x \geq 2, y \geq 1 \rightarrow (x-2) + (y-1) = 3 \Rightarrow x+y=6 \\ x \geq 2, y < 1 \rightarrow (x-2) + -(y-1) = 3 \Rightarrow x-y=4 \end{matrix}$$

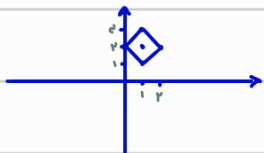
$$x < 2, y \geq 1 \rightarrow -(x-2) + (y-1) = 3 \Rightarrow -x+y=2 \quad / \quad x < 2, y < 1 \rightarrow -(x-2) + -(y-1) = 3 \Rightarrow x+y=0$$

$$\begin{cases} x+y=6 & x \geq 2, y \geq 1 \\ x-y=4 & x \geq 2, y < 1 \\ -x+y=2 & x < 2, y \geq 1 \\ x+y=0 & x < 2, y < 1 \end{cases}$$

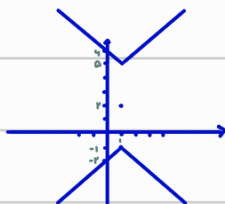


سوال ۹

الف) $|x-1| + |y-2| = 1$



ب) $|x-1| - |y-2| = -3 \rightarrow |y-2| - |x-1| = 3$



$$y = 3x + |ax + b| \quad R_f = 12$$

$$\frac{-\frac{b}{a}}{(3+a)x - b} \quad | \quad (3+a)x + b$$

سوال ۱۰) با هر دو یا هیچ مثبت / دایره یا بیضی یا متنی که حاصل ضرب آن مثبت شود نامبراند

$$(4-a)(4+a) > 0 \quad \frac{-4}{-1+1} =$$

پل ۱۲ را پرستی دهد =

لکه اگر هم سادی ۳ یا ۴ - قرار دهیم بلی از تعداد خطها تابع ثابت می شود پس حدود ۵ می شود < ۳