1 $y' = 3x^2 - 4x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2$ $f'(1) =$ یک نقطه بحرانی است

$x = 1$

2 الف) $y = \frac{-x^3+4}{x^2}$ $y' = \frac{-3x^2(x^2) - (x^3+4)(2x)}{(x^2)^2} = \frac{-3x^4 + 2x^3 - 8x}{x^4}$

$\frac{-x^3 - 8x}{x^4} = \frac{-x(x^2+8)}{x^4} = \frac{-x(x+2)(x^2-2x+4)}{x^4}$

نقطه $x=-2$ ← نقطه بحرانی تابع است $x=0$ بحرانی نیست چون جزء دامنه نیست

ب) $y = \frac{x^3}{x^2-1}$ $y' = \frac{3x^2(x^2-1) - x^3(2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2}$

$\frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

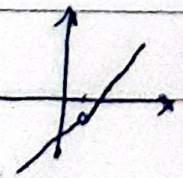
نقطه $x = \pm\sqrt{3}$ ، $x=0$ نقطه بحرانی هستند نقاط $x = \pm 1$ جزء دامنه نیستند

پس نقطه بحرانی نیست

3 الف) $y = \frac{-x^2+2x-1}{x-1}$ $y' = \frac{(-2x+2)(x-1) - (-x^2+2x-1)\times 1}{(x-1)^2} =$

$\frac{-2x^2+4x-2+2x^2-4x+1}{(x-2)^2} = \frac{-x^2+2x-3}{(x-1)^2}$ $y' < 0$ ← اکیدا نزولی

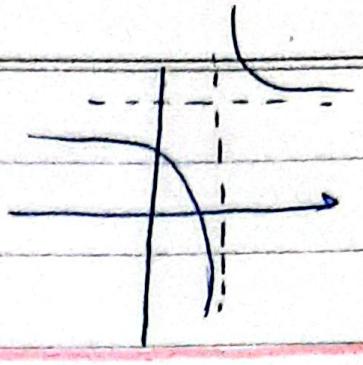
ب) $y = \frac{x^2-4x+3}{x-1} = \frac{(x-3)(x-1)}{(x-1)} = (x-3)$ $y' = 1$



4

$y = \frac{2x+3}{x-1}$ مجانب‌ها $\Rightarrow x=1 , y=2$

از همه نواحی می‌گذرد

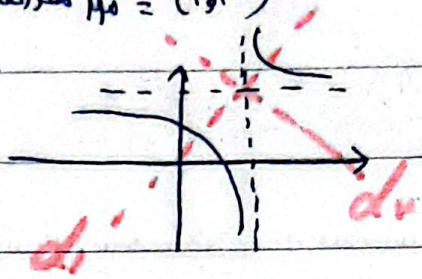


6

$M_0 = (2,3)$ هم‌زمان $\Rightarrow$ مجانب‌ها $x=2 , y=3$

نقطه $(2,3)$ مرکز هم‌زمان

$d_1 : y = -x+a$



~~$y = \frac{3x+1}{x-2}$ مجانب‌ها $\Rightarrow x=2 , y=3$~~ مرکز هم‌زمان

~~$d_1 : y = -x+a$~~

5

5

$y = \frac{3x+4}{x-2} \quad y' = \frac{2x+4}{x-3}$ مجانب‌ها : $x=2$ و $y=3 \rightarrow a=2 \quad b=3$ نقطه $(2,3)$ مرکز هم‌زمان

7

چون تابع پیوسته است در نقاطی که تابع مشتق ناپیوسته است وجود دارد

نقطه بحرانی داریم با توجه به شکل ۳ نقطه بحرانی داریم

8

طبق شکل تقریبی $\Rightarrow$ که a باشد تابع ۳ نقطه بحرانی دارد

$a^2 - 1 > 0 \quad a^2 > 1$

PASARGAD

DATE :

9

$$y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2} \qquad y'=\frac{2x(x^2+x+2)-(x^2+2)(2x+1)}{(x^2+x+2)^2}$$

$$\frac{2x^3+2x^2+4x-2x^3-x^2-4x-2}{(x^2+x+2)^2}=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2} \qquad y'=0 \quad x=\pm\sqrt{2}$$

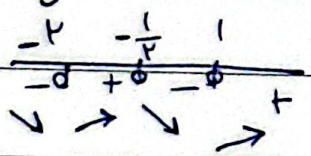
$$x=\sqrt{2} \to y=\frac{2+2}{2+\sqrt{2}+2}=\frac{4}{4+\sqrt{2}} \qquad x=-\sqrt{2} \quad y=\frac{2+2}{2-\sqrt{2}+2}=\frac{4}{4-\sqrt{2}}$$

$$\frac{4}{4+\sqrt{2}} \times \frac{4}{4-\sqrt{2}}=\frac{14}{14-2}=\frac{1}{V}$$

10

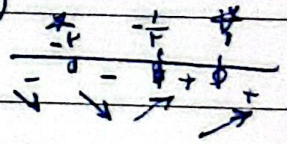
$$S=\frac{-a}{1}=1 \quad a=1 \qquad P=\frac{+b}{1}=-2 \quad b=-2$$

$$y=(x^2+x-2)^2 \to y'=2(x^2+x-2)(2x+1)$$



$$x=-\frac{1}{2} \to \text{Max}\{0\}$$

$$x=-\frac{1}{2} \to \text{min}\{0\} \qquad -\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)=0$$



PASARGAD

DATE :