نام و نام خانوادگی ......مریم معصومی.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۸.. کلاس دوازدهم ریاضی پیشرفته

۱

$y = x^3 - 3x^2 + 3x = f(x)$

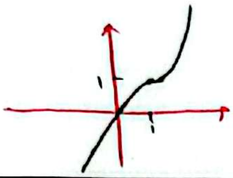
$f(1) = 1 \longrightarrow$ از دامنه تابع

الف) نقاط بحرانی: نقاطی که مشتق تابع در آن‌ها صفر شده و یا وجود ندارد.

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 \longrightarrow 3(x^2 - 2x + 1) = 0 \Rightarrow 3(x-1)^2 = 0$ $\boxed{x=1}$ $(1, 1)$

ب) نمودار:

$y = (x-1)^3 + 1$



۲

الف) $y = \dfrac{-x^3+4}{x^2} = -x + \dfrac{4}{x^2}$

$f(x) = -x + 4(x)^{-2}$

$f'(x) = -1 - \dfrac{8}{x^3}$ $f'(x) = 0$

$-1 - \dfrac{8}{x^3} = 0 \rightarrow -1 = \dfrac{8}{x^3} \rightarrow x^3 = -8$ $\boxed{x = -2}$

$f(-2) = 3$ $(-2, 3)$

ب) $y = \dfrac{x^3}{x^2-1} \rightarrow y' = \dfrac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2}$

$y' = \dfrac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \dfrac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2}$ $(0, 0)$

$y' = 0$ $\dfrac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$ $\boxed{x=0}$ $x^2 = 3 <$ $\boxed{x=\sqrt{3}}$ $(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$; $\boxed{x=-\sqrt{3}}$ $(-\sqrt{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$

نقطه ۱ و ۱- هم در دامنه تابع نیستند پس بحرانی هم نیستند.

۳

الف) $y = \dfrac{-x^2+4x+1}{x-1}$

$y' = \dfrac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \dfrac{-2x^2+6x-4+x^2-4x-1}{(x-1)^2}$

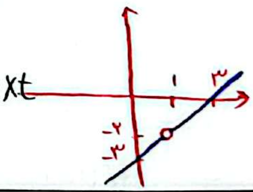
$y' = \dfrac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2}$ صورت این عبارت یک معادله درجه ۲ است که $\Delta<0$ و مشتق این تابع هیچگاه نمی‌تواند صفر شود. نقطه ۱ که در مخرج است هم در دامنه تابع وجود ندارد پس این تابع اکسترمم نسبی ندارد زیرا مشتق آن ریشه ندارد.

ب) $y = \dfrac{x^2-4x+3}{x-1}$

$y = \dfrac{\cancel{(x-1)}(x-3)}{\cancel{x-1}} \xrightarrow{x \neq 1} x-3$

نمودار تابع به این صورت است.

ext نیز ندارد.



۴

الف) $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ مجانب قائم: ریشه مخرج: $-\dfrac{d}{c}$

مجانب افقی: $\dfrac{a}{c}$

راه ۱)

$x = 1$ مجانب قائم

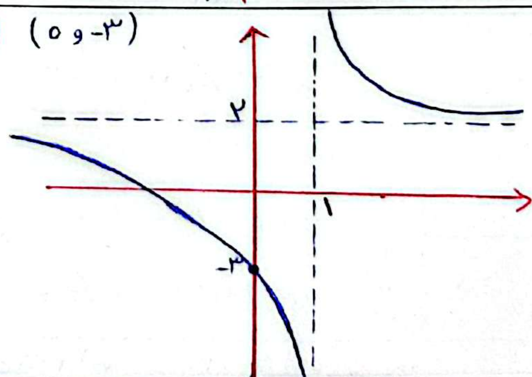
$y = 2$ مجانب افقی

راه ۲)

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x+3}{x-1} = 2 \rightarrow$ مجانب افقی

$\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x+3}{x-1} = +\infty$ و $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{2x+3}{x-1} = -\infty$ مجانب قائم

ب) $(0, -3)$



۵

الف) $y = \dfrac{ax+4}{x-b}$ مرکز تقارن هر تابع هموگرافیک محل برخورد مجانب قائم و افقی آن است

مجانب قائم $x = 2 \rightarrow b = 2$

مجانب افقی $y = 3 \rightarrow a = 3$

$y = \dfrac{3x+4}{x-2}$

ب) $y = \dfrac{3x+4}{x-2} \xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم}]{\text{جای x و y را}} x = \dfrac{3y+4}{y-2}$

$xy - 2x = 3y + 4$ $xy - 3y = 2x + 4$

$y(x-3) = 2x + 4 \rightarrow \boxed{y = \dfrac{2x+4}{x-3}}$

راه ۲) $y = -\dfrac{-2x-4}{x-3} = \dfrac{2x+4}{x-3}$

۶

$y=\frac{3x+1}{x-2}$

دو محور تقارن تابع هموگرافیک از نقطه ی $(2,3)$ می گذرند. (مرکز تقارن تابع)
و شیب یکی ۱ است و شیب دیگری ۱- اکنون معادله ی
دو محور تقارن را می نویسیم

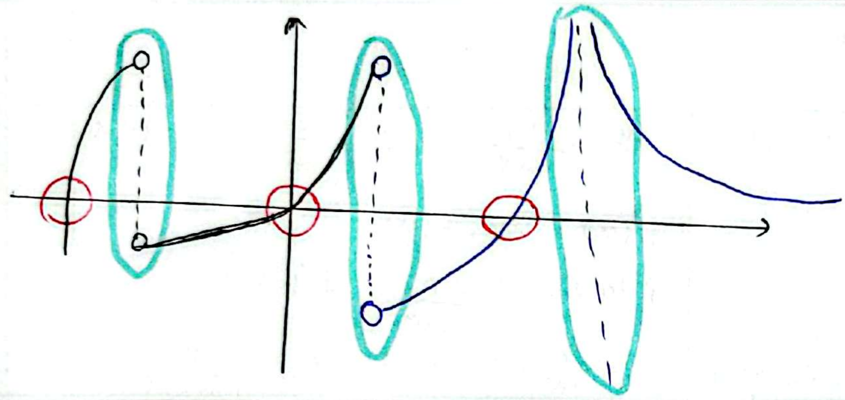
$y-y_0=m(x-x_0)$

$m=1 \quad (2,3) \rightarrow y-3=1(x-2) \Rightarrow \boxed{y=x+1}$

$m=-1 \quad (2,3) \quad y-3=-1(x-2) \Rightarrow \boxed{y=-x+5}$

معادله دو محور تقارن

۷



نقطه بحرانی $f'=0$ یا f' وجود ندارد
نقاطی که با قرمز مشخص شده $f'=0$
نقاطی که با آبی مشخص شده f' وجود ندارد.
این تابع ۶ نقطه ی بحرانی دارد

۸

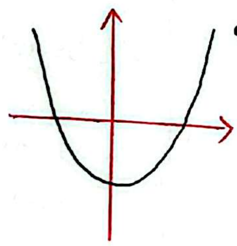
$y=|x^2-ax+2|$

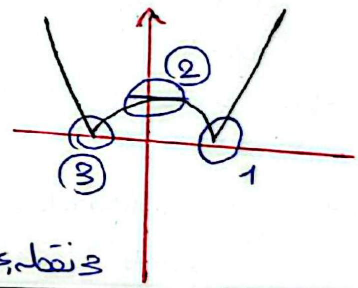
یک معادله درجه ۲ در قدر مطلق در صورتی دارای ۳ نقطه بحرانی است که $\Delta>0$ باشد و دو ریشه داشته باشد. x^2-ax+2

$\Delta>0$

$b^2-4ac>0 \qquad a^2-4\times 2\times 1>0$

$a^2>8 \qquad \boxed{a>2\sqrt{2}} \qquad \boxed{a<-2\sqrt{2}}$





۳ نقطه بحرانی دارد

۹

$y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2} \rightarrow f'(x)=\frac{2x(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2}$

$f'(x)=\frac{\cancel{2x^3}+2x^2+\cancel{4x}-\cancel{2x^3}-\cancel{4x}-x^2-2}{(x^2+x+2)^2}=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}$

$f'(x)=0 \quad x^2=2 \quad x=\sqrt{2} \quad x=-\sqrt{2}$

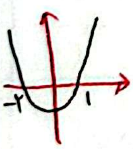
	$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	
+		−		+
	max		min	

max نسبی $=\left(-\sqrt{2}, \frac{4}{4-\sqrt{2}}\right)$

min نسبی $=\left(\sqrt{2}, \frac{4}{4+\sqrt{2}}\right)$

$\frac{4}{4-\sqrt{2}}\times\frac{4}{4+\sqrt{2}}=\frac{16}{16-2}=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$

۱۰



$y=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$

$y=(x^2+x-2)^2 \rightarrow y'=2(x^2+x-2)(2x+1)$

$-2 \quad 1 \quad -\frac{1}{2}$

	-2		$-\frac{1}{2}$		1	
−		+		−		+
			max نسبی			

$y=(x^2+x-2)^3 = 3(x^2+x-2)^2(2x+1)$

$-2 , 1$

	-2		$-\frac{1}{2}$		1	
−		−		+		+
			min نسبی			

min نسبی تابع $(x^2+x-2)^3$ و max نسبی تابع $(x^2+x-2)^2$ هر دو $-\frac{1}{2}$ بوده و اختلاف آنها صفر می باشد.