نام و نام خانوادگی ......مریم معصومی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۸.. کلاس دوازدهم ریاضی بیستون

۲۰ آفرین خیلی عالی و مرتب

۱

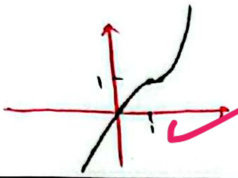
$y = x^3 - 3x^2 + 3x = f(x)$ $\quad f(1)=1 \longrightarrow$ از دامنه تابع

الف) نقاط بحرانی: نقاطی که مشتق تابع در آن‌ها صفر شده و یا وجود ندارد.

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 \longrightarrow 3(x^2-2x+1)=0 \Rightarrow 3(x-1)^2=0$ $\quad \boxed{x=1} \quad \boxed{(1,1)}$

ب) نمودار:

$y = (x-1)^3+1$



۲

۲

الف) $y = \frac{-x^3+4}{x^2} = -x + \frac{4}{x^2}$

$f(x) = -x + 4(x)^{-2}$

$f'(x) = -1 - \frac{8}{x^3}$ $\quad f'(x)=0$

$-1 - \frac{8}{x^3} = 0 \to -1 = \frac{8}{x^3} \to x^3=-8$ $\quad \boxed{x=-2}$

$f(-2)=3$ $\quad (-2,3)$

۲

ب) $y = \frac{x^3}{x^2-1} \to y' = \frac{3x^2(x^2-1)-2x(x^3)}{(x^2-1)^2}$

$y' = \frac{3x^4-3x^2-2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}$ $\quad (0,0)$

$y'=0 \quad \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$ $\quad \boxed{x=0}$ ، $x^2=3 <$ $\boxed{x=\sqrt{3}}$ $(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ ، $\boxed{x=-\sqrt{3}}$ $(-\sqrt{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$

نقطه ۱ و ۱- هم در دامنه تابع نیستند پس بحرانی هم نیستند.

۳

الف) $y = \frac{-x^2+4x+1}{x-1}$

$y' = \frac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2x^2+6x-4+x^2-4x-1}{(x-1)^2}$

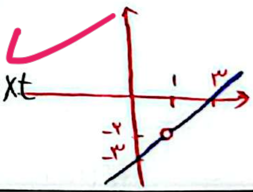
$y' = \frac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2}$ صورت این عبارت یک معادله درجه ۲ است که $\Delta<0$ و مشتق این تابع هیچگاه نمی‌تواند صفر شود. نقطه ۱ که در مخرج است هم در دامنه تابع وجود ندارد پس این تابع اکسترمم نسبی ندارد زیرا مشتق آن ریشه ندارد.

ب) $y = \frac{x^2-4x+3}{x-1}$

$y = \frac{\cancel{(x-1)}(x-3)}{\cancel{x-1}} \xrightarrow{x\neq 1} x-3$

۲

نمودار تابع به این صورت است. ext نسبی ندارد.



۴

الف) $y = \frac{2x+3}{x-1}$ $\quad$ مجانب قائم: ریشه مخرج: $-\frac{d}{c}$ $\quad$ مجانب افقی: $\frac{a}{c}$

راه ۱

$x=1$ مجانب قائم

$y=2$ مجانب افقی

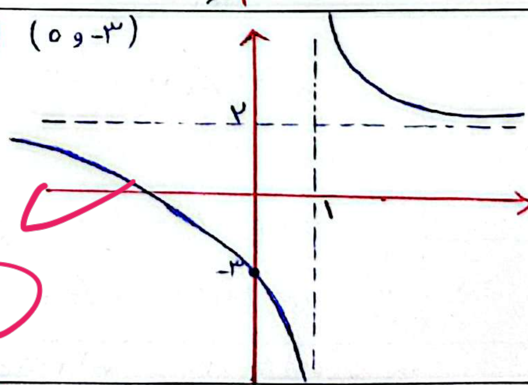
راه ۲

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{2x+3}{x-1} = 2 \to$ مجانب افقی

$\lim_{x\to 1^+} \frac{2x+3}{x-1} = +\infty$ و $\lim_{x\to 1^-} \frac{2x+3}{x-1} = -\infty$ } مجانب قائم

۲

ب) $(0,-3)$



۵

الف) $y = \frac{ax+4}{x-b}$ مرکز تقارن در هر تابع هموگرافیک محل برخورد مجانب قائم و افقی آن است.

مجانب قائم $x=2 \to b=2$

مجانب افقی $y=3 \to a=3$

$y = \frac{3x+4}{x-2}$

ب) $y = \frac{3x+4}{x-2}$ $\xrightarrow{\text{جای x و y را عوض می‌کنیم}}$ $x = \frac{3y+4}{y-2}$

$xy-3y = 2x+4$

$xy-2x = 3y+4$

$y(x-3) = 2x+4 \to \boxed{y = \frac{2x+4}{x-3}}$

۲

راه ۲ $\quad y = \cancel{\frac{-2x-4}{x-3}} = \frac{2x+4}{x-3}$

۶

$y=\frac{3x+1}{x-2}$

دو محور تقارن تابع هموگرافیک از نقطه ی $(2,3)$ می گذرند. (مرکز تقارن تابع) و شیب یکی ۱ است و شیب دیگری -1 اکنون معادله ی دو محور تقارن را می نویسیم

$y-y_0=m(x-x_0)$

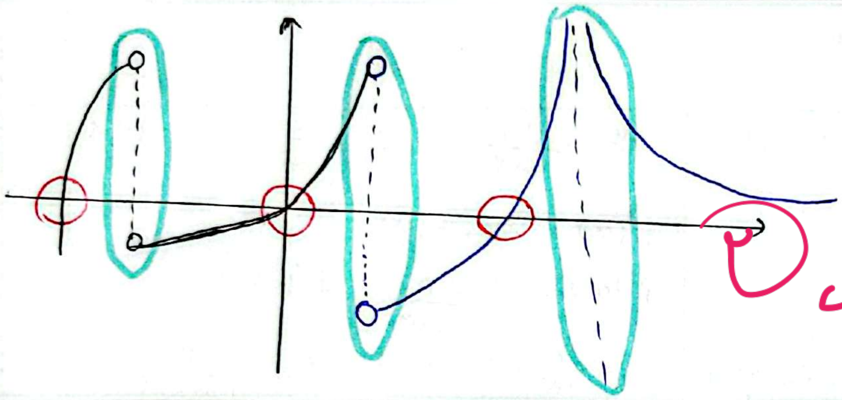
$m=1\quad(2,3)\ \to\ y-3=1(x-2)\Rightarrow y=x+1$

$m=-1\quad(2,3)\quad y-3=-1(x-2)\Rightarrow y=-x+5$

معادله دو محور تقارن

۲

۷



نقطه بحرانی $f'=0$ یا f' وجود ندارد

نقاطی که با قرمز مشخص شده $f'=0$

نقاطی که با آبی مشخص شده f' وجود ندارد.

این تابع ۶ نقطه ی بحرانی دارد

۲

۸

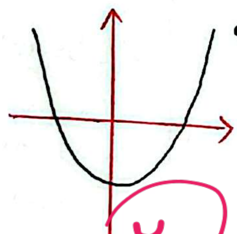
$y=|x^2-ax+2|$

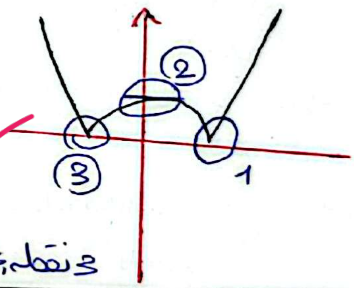
یک معادله درجه ۲ در صورتی دارای قدر مطلق در صورتی دارای ۳ نقطه بحرانی است که $\Delta>0$ باشد و دو ریشه داشته باشد. x^2-ax+2

$\Delta>0$

$b^2-4ac>0 \qquad a^2-4\times2\times1>0$

$a^2>8 \qquad a>2\sqrt{2} \qquad a<-2\sqrt{2}$





۳ نقطه بحرانی دارد

۲

۹

$y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2}\ \to\ f'(x)=\frac{2x(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2}$

$f'(x)=\frac{\cancel{2x^3}+2x^2+\cancel{4x}-\cancel{2x^3}-\cancel{4x}-x^2-2}{(x^2+x+2)^2}=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}$

$f'(x)=0 \quad x^2=2 \quad x=\sqrt{2} \quad x=-\sqrt{2}$

$-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$: + − + ; max, min

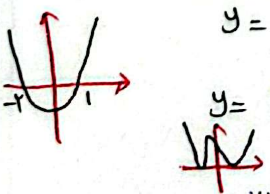
max نسبی $=\left(-\sqrt{2},\ \frac{4}{4-\sqrt{2}}\right)$

min نسبی $=\left(\sqrt{2},\ \frac{4}{4+\sqrt{2}}\right)$

$\frac{4}{4-\sqrt{2}}\times\frac{4}{4+\sqrt{2}}=\frac{16}{16-2}=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$

۲

۱۰



$y=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$

$y=(x^2+x-2)^2\ \to\ y'=2(x^2+x-2)(2x+1)$

$-2,\ -\frac{1}{2},\ 1$: − + − + ; max نسبی

$y=(x^2+x-2)^3 = 3(x^2+x-2)^2(2x+1)$

$-2,\ -\frac{1}{2},\ 1$: − − + + ; min

min نسبی تابع $(x^2+x-2)^3$ و max نسبی تابع $(x^2+x-2)^2$ هردو $-\frac{1}{2}$ بوده و اختلاف آنها صفر می باشد.

۲