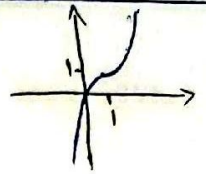


$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2$ $f'(1) = 0 \rightarrow$ یک نقطه بحرانی است $x=1$



الف) $y = \frac{-x^3 + 4}{x^2}$ $y' = \frac{-3x^2(x^2) - (-x^3 + 4)(2x)}{(x^2)^2} = \frac{-3x^4 + 2x^4 - 8x}{x^4} = \frac{-x^4 - 8x}{x^4} = \frac{-x(x^3 + 8)}{x^4}$

نقطه $x = -2$ بحرانی تابع است. $x=0$ نمی تواند نقطه بحرانی باشد چون جزو دامنه نیست.

ب) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ $y' = \frac{3x^2(x^2 - 1) - (x^3)(2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^2(x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$

نقاط $x=0$ و $x = \pm\sqrt{3}$ بحرانی تابع هستند و نقاط $x = \pm 1$ جزو دامنه نیستند پس نقطه بحرانی نیستند.

الف) $y = \frac{-x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ $y' = \frac{(-2x + 4)(x - 1) - (-x^2 + 4x - 1) \times 1}{(x - 1)^2} = \frac{-2x^2 + 4x - 4 + x^2 - 4x + 1}{(x - 1)^2} = \frac{-x^2 - 3}{(x - 1)^2}$

$y' < 0 \rightarrow$ استریم ندارد

ب) $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \frac{(x-3)(x-1)}{x-1} = x - 3$ $y' = 1$

تابع استریم ندارد

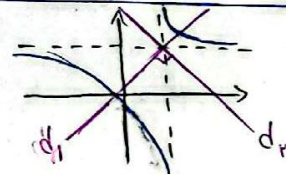
$y = \frac{2x + 3}{x - 1}$ $x=2, y=2$ $x=2, y=3$ $a=2, b=3$

از همه نواحی می گذرد

نقطه $(2, 3)$ مرکز محور تقارن \rightarrow $x=2, y=3$ $a=2, b=3$ $y = \frac{3x + 4}{x - 2}$ $y' = \frac{3x + 4}{x - 2}$

$y = \frac{3x + 1}{x - 2}$ $x=2, y=3$ $(2, 3)$ مرکز محور تقارن \rightarrow $x=2, y=3$

$d_1: y = x + 1$ $d_2: y = -x + 5$



چون تابع بیروسته است پس در نقطه $(2, 3)$ مستقیماً ناپیوسته و ناموجود است نقطه بحرانی داریم. مطابق شکل ۳ نقطه بحرانی داریم.

$a^2 - 8 > 0 \rightarrow a^2 > 8$ $\begin{cases} a > 2\sqrt{2} \\ a < -2\sqrt{2} \end{cases}$ اگر $\Delta > 0$ باشد تابع ۳ نقطه بحرانی دارد.

$y = \frac{x^2 + 2}{x^2 + x + 2}$ $y' = \frac{2x(x^2 + x + 2) - (x^2 + 2)(2x + 1)}{(x^2 + x + 2)^2} = \frac{2x^3 + 2x^2 + 4x - 2x^3 - 4x^2 - 2x - 2}{(x^2 + x + 2)^2} = \frac{-2x^2 + 2x - 2}{(x^2 + x + 2)^2}$

$y' = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$ $x = \sqrt{2} \rightarrow y = \frac{2 + 2}{2 + \sqrt{2} + 2} = \frac{4}{4 + \sqrt{2}}$ $x = -\sqrt{2} \rightarrow y = \frac{2 + 2}{2 - \sqrt{2} + 2} = \frac{4}{4 - \sqrt{2}}$

$\frac{4}{4 + \sqrt{2}} \times \frac{4}{4 - \sqrt{2}} = \frac{16}{16 - 2} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$

$S = -\frac{a}{b} = -1$ $a = 1$ $P = \frac{c}{b} = -2$ $b = -2$ $y = (x^2 + x - 2)^2 \rightarrow y' = 2(x^2 + x - 2)(2x + 1)$

$x = -\frac{1}{2}$ طول ماسیم تابع $y = (x^2 + x - 2)^3 \rightarrow y' = 3(x^2 + x - 2)^2(2x + 1)$ $-\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}) = 0$

$x = -\frac{1}{2}$ طول مینیم تابع