تلاش شماره ۳۷

به نام خدا

دهستر ترمی
دوازدهم دختر ۵

آخرین تلاش سال ۱۴۰۲

۱۹ آذر ۱۸

$f(x)=\cos^3(2x)+ax^2+b$

$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=0$, $\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}=4 \Rightarrow \lim_{x\to 0^-}\frac{3\cos^2(2x)(2)(-\sin 2x)+2ax}{x}=4$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

$3(1)(2)(-2)+2a=4$

$2a=16$

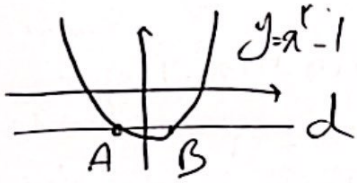
$a=8$ ②

$\lim_{x\to 0^+}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0$ صورت کسر نزولی حد

$1+b=0 \Rightarrow b=-1$

$a+b=7$ ④

$a+b=?$ ①



$y'=2x$ خط مماس در $x=a$ نقطه

$2a(-2a)=-1 \to -4a^2=-1$

$4a^2=1 \to a=\pm\frac{1}{2}$ ②

با طول‌های a و $-a$ مماس می‌شود

ضریب‌سمتی‌ها ۱- می‌شود

A	$\frac{1}{2}$	$\frac{-3}{4}$
B	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-3}{4}$

مجموع عرض‌ها $=2\times\frac{-3}{4}=-1.5$ ②

$f'(x)=\frac{0-2a}{(2x-1)^2}=\frac{-2a}{(2x-1)^2} \xrightarrow{(2,5,4)} (-0.5,-12)$ ③

$\frac{-2a}{16}=4 \Rightarrow a=-48$ ④

$\Rightarrow f(5)=\frac{-48}{9}=\frac{-16}{3}$

$y=2x+b$ خط بر منحنی در $x=a$ مماس

$y=\frac{x+a}{ax+1}$

$y'=\frac{(ax+1)-(a)(x+a)}{(ax+1)^2}=2 \Rightarrow \frac{1-a^2}{(ax+1)^2}=2$ ④

$(1,1)$

$\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2 \Rightarrow 2a^2+4a+2=1-a^2 \Rightarrow 3a^2+4a+1=0$

$a=-1$ ق ق

$a=\frac{-1}{3}$ ۲

y تقسیم $\Rightarrow 2+b=1 \Rightarrow b=-1$ ②

بیندیدیرنه

$a-b=\frac{-1}{3}+1=\frac{2}{3}$ ج آخر

(۵)

$[-\pi]$ $f(x)=\sin x+\frac{1}{4}\cos x$, $g(x)=\frac{1}{4}\sin x$ $\Rightarrow \frac{1}{4}\sin x=\frac{1}{4}\cos x \Rightarrow \sin x=\cos x$

$\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}$

$F'(x)=\cos x-\frac{1}{4}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} F'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{8}=\frac{\sqrt{2}}{8}$

معادله خط $y=ax+b \xrightarrow{a=\frac{\sqrt{2}}{8}} y=\frac{\sqrt{2}}{8}x+b \xrightarrow{f(\frac{\pi}{4})=\frac{3\sqrt{2}}{8}} \frac{3\sqrt{2}}{8}=\frac{\pi\sqrt{2}}{16}+b \Rightarrow b=\frac{12\sqrt{2}-\pi\sqrt{2}}{16}$

$y=\frac{\sqrt{2}}{8}x+\frac{12\sqrt{2}-\pi\sqrt{2}}{16}$ $y=0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{8}x=\frac{\pi\sqrt{2}-12\sqrt{2}}{16} \Rightarrow x=\frac{(\pi-12)\sqrt{2}}{8\sqrt{2}}=\frac{\pi-12}{8}$

$\frac{\pi}{8}-3$

(۶)

A و B مماس

$f(x)=2x^3-3x^2-11x+1 \longrightarrow f'(x)=6x^2-6x-12=0$

$\Rightarrow x^2-x-2=0 \Rightarrow (x-2)(x+1)=0 \Rightarrow x=-1$ یا $x=2$

مماس $\longrightarrow x=-1 \longrightarrow f(x)=8$

$\longrightarrow x=2$ مماس $\longrightarrow f(x)=-19$

$m_{AB}=\frac{-19-8}{2-(-1)}=\frac{-27}{3}=-9$

$f'(x)=-9=6x^2-6x-12 \Rightarrow 6x^2-6x-3=0 \longrightarrow 2x^2-2x-1=0$

(۶)

معادله ۲ جواب دارد

۲ نقطه

(۷)

$y=kx^3+(k+1)x^2$

$y'=3kx^2+(2k+2)x$

$y''=6kx+2k+2 \Rightarrow 6kx=-2k-2 \Rightarrow x=\frac{-2k-2}{6k}$ در صورت $\neq 0$

	-1		0	
	$-$	0	$+$	$\not\exists$	$-$

$\Rightarrow k<-1$ یا $k>0$

جمع مساوی وقتی وجود ندارد

در صورتی که مقادیر مثبت

$\Rightarrow x^2(kx+k-1)>0 \Rightarrow kx>-k-1$

$x>\frac{-k-1}{k} \longrightarrow \frac{-2k-2}{6}>\frac{-k-1}{k}$

$\longrightarrow -2k-2>-6k-6 \longrightarrow 4k>-4 \longrightarrow k>-1$ $\Rightarrow k>-1$

$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 = f(x)$ (1)

$F(-1, -6) \Rightarrow -6 = -1 + a - b - 1 \Rightarrow a - b = -4$ (I)

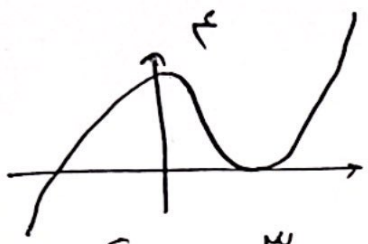
$F'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 6x + 2a \xrightarrow{x=-1}$ طول نقطة عطف المنحنى (صفر مزدوج) $\Rightarrow 2a - 6 = 0$

$a = 3$

$\xrightarrow{I} 3 - b = -4 \Rightarrow b = 7$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{7} = 0,6$

(2)



(۹)

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + C$

$F(0) = 4 \Rightarrow C = 4$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 2ax = 0$

$x(3x + 2a) = 0$

$x = \frac{-2a}{3}$

$f\left(\frac{-2a}{3}\right) = 0 \Rightarrow \frac{-8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} + 4 = 0 \Rightarrow \frac{4a^3}{27} = -4 \Rightarrow a^3 = -27 \Rightarrow a = -3$

$x = 2$

(۱۰)

$f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$

$f'(x) = 4x^3 - 8x$

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{2}$

$f''(x) = 12x^2 - 8$

x	$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$	
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$	$-$	$+$	
f	↘	↗	↘		↗	

نقطه‌ی C | 0 | D | -1 | 0

نتیجه: A | $-\sqrt{2}$ | -4 | B | $\sqrt{2}$ | -4

$A \rightarrow m_{CD} = 0$

$B \rightarrow m_{AB} = 0$

نتیجه: زاویه‌ی بین دو خط صفر است.

۳

$$m = \frac{۹-(-۱۲)}{۲,۵-(-۱,۵)} = \frac{۲۱}{۳} = ۷ \rightarrow y = ۷x - ۹$$

$$\frac{a}{۲x-۱} = ۷x-۹ \rightarrow ۱۴x^۲ - ۲۶x + ۹ - a = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۰} ۲۶^۲ - ۴(۱۴)(۹-a) = ۰ \rightarrow ۱۲ - ۹ + a = ۰$$

$$۲۶ \times ۴ \quad ۱۲$$

$$\hookrightarrow a = -۳$$

$$f(۵) = \frac{-۳}{۲(۵)-۱} = \frac{-۳}{۹} = -\frac{۱}{۳}$$