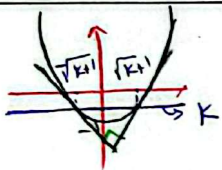


$f(m) = \cos^3(\pi m) + am^2 + b$ $\lim_{m \rightarrow 0^+} f(m) = 0$ $\lim_{m \rightarrow 0} \frac{f'(m)}{m} = 2$ $a+b=?$

$\lim_{m \rightarrow 0^+} \frac{\cos^3(\pi m) + am^2 + b}{m} = 0 \rightarrow$ چون مخرج کسری صفر و بسط حد منفرجه به صورت هم صفر بوده است. البته صفر صریح \rightarrow مطلق ۰ صری ۰

$f(0) = 0 \rightarrow \cos^3(\pi \cdot 0) + a(0)^2 + b = 0 \rightarrow b = -1$

$\lim_{m \rightarrow 0} \frac{-4 \sin(\pi m) \cos^2(\pi m) + 2am}{m} = 2$ $\lim_{m \rightarrow 0} \frac{-4 \cos^2(\pi m) (2\pi m) + 2a \pi m}{\pi m} = -12 \cos^2(\pi m) + 2a = 2$
 $= -12 + 2a = 2 \rightarrow a = 7$ $a+b \rightarrow 7 + (-1) = 6$



$y = m^2 - 1$ $m_1 = (\sqrt{k+1}, k)$ $m_2 = (-\sqrt{k+1}, k)$

مستقیم این دو نقطه را در دو نقطه m_1 و m_2 برهم می‌خورند یعنی ضربت $= -1$
 شیب این دو خط عکس و قدرین صریع هستند

$(\sqrt{k+1}) \times (-\sqrt{k+1}) = -1 \rightarrow k+1 = \frac{1}{k} \rightarrow k = -\frac{k}{k}$

$m_1 = (\frac{1}{k}, -\frac{k}{k})$ $m_2 = (-\frac{1}{k}, -\frac{k}{k}) \Rightarrow$ مجموع عرض این نقاط $= -\frac{k}{k} + (-\frac{k}{k}) = -\frac{2k}{k}$

$f(m) = \frac{a}{2m-1}$

ابتدا خط مماس گذرنده از دو نقطه $(2, 5)$ و $(-1, -5)$ را بر روی $f(m)$ می‌کشیم

$m = \frac{4 - (-12)}{2 \cdot 5 - (-5)} = \frac{16}{15} = 4$ $y - 5 = 4(m - 2)$
 $y = 4m - 9$

$\frac{a}{2m-1} = 4m - 9$

$12m^2 - 24m + 9 - a = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0$ $24^2 - 4 \cdot 12 \cdot (9-a) = 0$
 $4 \cdot 12 \cdot (9-a) = 144 \rightarrow 9-a = 12 \rightarrow a = -3$

$f(m) = \frac{-3}{2m-1} \rightarrow f(2) = \frac{-3}{4-1} = -\frac{1}{3}$

$g(m) = y = 2m + b$ $f(m) = \frac{m+a}{am+1}$

در دو نقطه m_1 و m_2 مستقیم رو تابع با هم برابر است.
 چون خط $y = 2m + b$ در دو نقطه m_1 و m_2 برابر $f(m)$ است

$f'(m) = \frac{1-a^2}{(am+1)^2} \rightarrow f'(1) = 2$ $\frac{1-a^2}{(a+1)^2} = 2 \rightarrow \frac{(1-a)(1+a)}{(1+a)(1+a)} = \frac{1-a}{1+a} = 2$

$2 + 2a = 1 + a \rightarrow 2a = -1 + a = -\frac{1}{2}$

در $m=1$ $f(1) = g(1) \rightarrow \frac{1-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2} \cdot 1 + 1} = 2 \cdot 1 + b$ $\frac{1-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2} + 1} = 2 + b$ $1 = 2 + b \rightarrow b = -1$
 $a - b = \frac{1}{2} - (-1) = \frac{3}{2}$

$\frac{\pi}{4} \sin m = \sin m + \frac{1}{4} \cos m \rightarrow \frac{\pi}{4} \sin m = \frac{1}{4} \cos m$ $m \in [0, \frac{\pi}{2}]$ $m = \frac{\pi}{4}$ $f(m) = \sin m + \frac{1}{4} \cos m$

$f(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi \sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ $f'(m) = \cos m - \frac{1}{4} \sin m$

$\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ معادله خط مماس $y - y_0 = m(x - x_0)$ $\frac{1}{4}$ و $\frac{\pi}{4}$

$y - \frac{\pi \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} (m - \frac{\pi}{4})$ $-\frac{\pi \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} (m - \frac{\pi}{4}) \rightarrow m = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 0$

