نام و نام خانوادگی ...... هانیه رهنما شیخی   پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۲.. کلاس ..یازدهم سه‌شنبه‌ها..

۱

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}\xrightarrow{HoP}=\frac{3\cos^2(2x)x-2\sin 2x+2ax}{1}\xrightarrow{x=0}=0$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{f'(x)}{x}\xrightarrow{HoP}=\frac{\overbrace{(-6\cos 2x\, x-2\sin 2x\, x-2\sin 2x)}^{0=}+-4\cos 2x\times 3\cos^2 2x+2a}{1}=2$$

$\to -12+2a=2\to a=7$, $\cos^2 0+b=0\to b=-1$ $\Rightarrow a+b=6$

۲

$f(x)=x^2-1\to f'(x)=2x\to$ چون سهمی شکل قرینه دارد اگر یکی از این نقاط a است، دیگری $-a$ است.

$(2a)\times(-2a)=-1\to a^2=\frac{1}{4}\to a=\pm\frac{1}{2}$

عرض هر دو نقطه $=f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-1=\frac{-3}{4}\to$ مجموع عرض دو نقطه $=\frac{-3}{4}+\frac{-3}{4}=\frac{-3}{2}$

۳

$f(x)=\frac{a}{2x-1}$ ، خط d: $=ax+b\to a=\frac{6-(-12)}{2/5-(-0/5)}=\frac{18}{3}=6$ $\Rightarrow b=-8\to y=6x-9$

$\frac{a}{2x-1}=6x-9\to 12x^2-24x+9-a=0\to\Delta=0\to 576-432+48a=0\to a=-3$

$f(x)=\frac{-3}{2x-1}\to f(5)=\frac{-1}{3}$

۴

نقطه‌ی $(2$ و $1)$ در $f'(x)$ صدق می‌کند:

$f'(x)=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2}\to f'(1)=2\to\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2$

$1-a^2=2a^2+4a+2\to 3a^2+4a+1=0$ $\to a=-1\to$ تابع ثابت به وجود می‌آورد غیرقابل قبول

$\to a=\frac{-1}{3}\to$ قابل قبول

$f(x)=\frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{-x}{3}+1}\to f(1)=\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{2}{3}}=-1\to$ نقطه‌ی $(-1$ و $1)$ در خط مماس بر تابع نیز صدق می‌کند.

$2+b=-1\to b=-3\to a-b=\frac{8}{3}$

۵

$g(x)=f(x)\to\frac{3}{2}\sin x=\sin x+\frac{1}{2}\cos x\to\sin x=\cos x\xrightarrow{0\leq x\leq\pi}x=\frac{\pi}{4}$

$f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x\to f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{4}\to$ خط مماس $=ax+b\to a=\frac{\sqrt{2}}{4}$, $\frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{\pi}{4}+b=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$\to b=\frac{(6-\pi)\sqrt{2}}{8}\to y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+\frac{(6-\pi)\sqrt{2}}{8}=0\to\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{4}x=\frac{(\pi-6)\cancel{\sqrt{2}}}{8}\to x=\frac{\pi-6}{2}$

۶

نقاط اکسترمم با $f'(x)=0$ بدست می آیند.

$f'(x)=6x^2-6x-12=0 \to x=-1 , 2$

$\left.\begin{array}{l} f(-1)=8 \\ f(2)=-19 \end{array}\right\} \to$ شیب پاره خط AB $= \frac{-19-8}{2-(-1)}=-9$

خواسته سوال $= f'(x)=-9 \to 6x^2-6x-12=-9 \to 6x^2-6x-3=0 \xrightarrow{\Delta>0}$ دو نقطه با این شیب وجود دارد.

۷

* مختصات نقطه عطف را بدست می آوریم و آن را در ناحیه دوم فرض می کنیم.

$\frac{-b}{3a}<0 \to \frac{-(k+1)}{3k}<0 \to \begin{array}{ccccc} & -1 & & 0 & \\ - & & + & & - \end{array} \to k<-1$ یا $k>0$ (*)

عرض نقطه عطف $= k\times\frac{-(k+1)^3}{27k^3}+(k+1)\frac{(k+1)^2}{9k^2}=\frac{-(k+1)^3}{27k^2}+\frac{3(k+1)^3}{27k^2}$

$=\frac{2(k+1)^3}{27k^2}>0 \to \begin{array}{ccccc} & -1 & & \overset{*}{0} & \\ - & & + & & + \end{array} \to k\in(-1,+\infty)-\{0\}$ (**)

(*) $\cap$ (**) $k\in(0,+\infty)$

بی شمار مقدار دارد!

۸

$f(-1)=-4 \to -1+a-b-1=-4 \to a-b=-2$

از فرض نقطه $(-1,-4)$ نقطه عطف است $\to \frac{-b}{3a}=-1 \to \frac{-a}{3}=-1 \to a=3$

$3-b=-2 \to b=5 \to \frac{a}{b}=\frac{3}{5}$

۹

$f(0)=4 \to c=4$ $\quad f'(x)=3x^2+2ax+b \to f'(0)=0 \to b=0$

$f'(x)=0 \to 3x^2+2ax=x(3x+2a)=0 \to x=0$ طول max نسبی است.

طول min نسبی است که به ازای این عدد $f(x)$ مساوی صفر می شود. $\to x=\frac{-2a}{3}$

$f(\frac{-2a}{3})=\frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0$

$\to \frac{4a^3}{27}+4=0 \to a=-3 \to$ طول نقطه min نسبی $=\frac{-2\times -3}{3}=2$

۱۰

نقاط min نسبی را با کمک $f'(x)=0$ بدست می آوریم و نقاط عطف را با استفاده از $f''(x)=0$!

$f'(x)=4x^3-12x=0 \to 4x(x^2-3)=0 \to \begin{array}{ccccccc} & -\sqrt{3} & & 0 & & \sqrt{3} & \\ \searrow & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow \end{array}$ min نسبی، min نسبی $\to \left.\begin{array}{l} f(\sqrt{3})=-4 \\ f(-\sqrt{3})=-4 \end{array}\right\}$ شیب پاره خط AB: صفر

$f''(x)=12x^2-12=0 \to x=\pm 1 \to \left.\begin{array}{l} f(1)=0 \\ f(-1)=0 \end{array}\right\} \to$ شیب $=0$ $\to$ موازی هستند و زاویه صفر می سازند.