نام و نام خانوادگی ...... هانیه زهره شیبی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۱.. کلاس ..یازدهم سه‌شنبه‌ها..

آفرین ۱۹

۱

$\lim_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}\xrightarrow{HoP}=\frac{3\cos^2(2x)x-2\sin 2x+2ax}{1}\xrightarrow{x=0}=0$

$\lim_{x\to0^-}\frac{f'(x)}{x}=\xrightarrow{HoP}\frac{\overbrace{(-6\cos 2x\times x-2\sin 2x\times x-2\sin 2x)}^{0=}+-4\cos 2x\times 3\cos^2 2x+2a}{1}=2$

$\to -12+2a=2\to a=7$, $\cos^2 0+b=0\to b=-1$ $\Rightarrow a+b=6$

۲

۲

$f(x)=x^2-1\to f'(x)=2x\to$ چون سهمی خط تقارن دارد اگر یکی از این نقاط a است، دیگری $-a$ است.

$(2a)\times(-2a)=-1\to a^2=\frac{1}{4}\to a=\pm\frac{1}{2}$

عرض هردو نقطه $=f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-1=\frac{-3}{4}$ $\to$ مجموع عرض دو نقطه $=\frac{-3}{4}+\frac{-3}{4}=\frac{-3}{2}$

۲

۳

$f(x)=\frac{a}{2x-1}$, خط d $=ax+b\to a=\frac{6-(-12)}{2/5-(-0/5)}=\frac{18}{3}=6$ $\Rightarrow b=-8\to y=6x-9$

$\frac{a}{2x-1}=6x-9\to 12x^2-24x+9-a=0\to\Delta=0\to 576-432+48a=0\to a=-3$

$f(x)=\frac{-3}{2x-1}\to f(5)=\frac{-1}{3}$

۲

۴

نقطه‌ی (۲و۱) در $f'(x)$ صدق می‌کند:

$f'(x)=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2}\to f'(1)=2\to\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2$

$1-a^2=2a^2+4a+2\to 3a^2+4a+1=0$

$\to a=-1\to$ تابع ثابت به وجود می‌آورد غیرقابل قبول

$\to a=\frac{-1}{3}\to$ قابل قبول

$f(x)=\frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{-x}{3}+1}\to f(1)=\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{2}{3}}=-1$ $\to$ نقطه‌ی (۱-و۱) در خط مماس بر تابع نیز صدق می‌کند.

$a-b=\frac{8}{3}\leftarrow b=-3\leftarrow 2+b=-1$

۱/۵

۵

$g(x)=f(x)\to\frac{3}{2}\sin x=\sin x+\frac{1}{2}\cos x\to\sin x=\cos x\xrightarrow{0\le x\le\pi}x=\frac{\pi}{4}$

$f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{4}=\frac{3\sqrt2}{4}$

$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x\to f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt2}{4}\to$ خط مماس $=ax+b\to a=\frac{\sqrt2}{4}$, $\frac{\sqrt2}{4}\times\frac{\pi}{4}+b=\frac{3\sqrt2}{4}$

$\to b=\frac{(6-\pi)\sqrt2}{8}\to y=\frac{\sqrt2}{4}x+\frac{(6-\pi)\sqrt2}{8}=0\to\frac{\sqrt2}{4}x=\frac{(\pi-6)\sqrt2}{8}\to x=\frac{\pi-6}{2}$

۱/۷۵

۶

نقاط اکسترمم با $f'(x)=0$ به دست می‌آیند.

$f'(x)=6x^2-6x-12=0 \to x=-1\ ,\ 2$

$\left.\begin{array}{l} f(-1)=8 \\ f(2)=-19 \end{array}\right\} \to$ شیب پاره خط AB $=\frac{-19-8}{2-(-1)}=-9$

دو نقطه با این شیب $\xrightarrow{\Delta>0}$ $6x^2-6x-3=0 \leftarrow 6x^2-6x-12=-9 \leftarrow f'(x)=-9$ = خواسته سوال

وجود دارد.

۲

۷

* مختصات نقطه عطف را به دست می‌آوریم و آن را در ناحیه دوم فرض می‌کنیم.

$\frac{-b}{3a}<0 \to \frac{-(k+1)}{3k}<0 \to$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 0 & \\ - & & + & & - \end{array}$ $\to k<-1$ یا $k>0$ (*)

عرض نقطه عطف $=k\times\frac{-(k+1)^3}{27k^3}+(k+1)\frac{(k+1)^2}{9k^2}=\frac{-(k+1)^3}{27k^2}+\frac{3(k+1)^3}{27k^2}$

$=\frac{2(k+1)^3}{27k^2}>0 \to$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & \overset{*}{0} & \\ - & & + & & + \end{array}$ $\to k\in(-1,+\infty)-\{0\}$ (**)

$(*)\cap(**)\ k\in(0,+\infty)$

بی‌شمار مقدار دارد!

۱/۵

۸

$f(-1)=-4 \to -1+a-b-1=-4 \to a-b=-2$

از فرض نقطه $(-1,-4)$ نقطه عطف است $\leftarrow \frac{-b}{3a}=-1 \leftarrow \frac{-a}{3}=-1 \to a=3$

$3-b=-2 \to b=5 \to \frac{a}{b}=\frac{3}{5}$

۲

۹

$f(0)=4 \to c=4 \qquad f'(x)=3x^2+2ax+b \to f'(0)=0 \to b=0$

$f'(x)=0 \to 3x^2+2ax=x(3x+2a)=0 \to x=0$ طول max نسبی است.

طول min نسبی است که به ازای این عدد $f(x)$ مساوی صفر می‌شود $\to x=\frac{-2a}{3} \to f(x)$

$f(\frac{-2a}{3})=\frac{-8a^3}{27}+\frac{4a^3}{9}+4=0$

$\to \frac{4a^3}{27}+4=0 \to a=-3 \to 2=\frac{-2\times(-3)}{3}=$ طول نقطه min نسبی

۲

۱۰

نقاط min نسبی را با کمک $f'(x)=0$ به دست می‌آوریم و نقاط عطف را با استفاده از $f''(x)=0$!

$f'(x)=4x^3-12x=0 \to 4x(x^2-3)=0 \to$ $\begin{array}{ccc} -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \\ \text{min نسبی} & & \text{min نسبی} \end{array}$ $\to \left.\begin{array}{l} f(\sqrt{3})=-4 \\ f(-\sqrt{3})=-4 \end{array}\right\}$ شیب پاره خط AB : صفر

$f''(x)=12x^2-12=0 \to x=\pm1 \to \left.\begin{array}{l} f(1)=0 \\ f(-1)=0 \end{array}\right\} \to$ صفر شیب → موازی هستند و زاویه نمی‌سازند

۲

- ۴

$$f'(1)=g'(1) \to \frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2 \to \frac{(1-a)\cancel{(1+a)}}{\cancel{(a+1)}(a+1)}=2 \to 1-a=2a+2$$

$$3a=-1 \to \boxed{a=-\frac{1}{3}}$$

$$f(1)=g(1) \to \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=2+b \to \boxed{b=-1} \to a-b=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

- ۵

$$f(x)=g(x) \to \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \to \sin x=\cos x \xrightarrow{0\le x\le \pi} x=\frac{\pi}{4}$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\boxed{\frac{3\sqrt{2}}{4}}$$

$$f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \to f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{4}}$$

معادله خط برحسب $\frac{\pi}{4}$ $\to$ $y-\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{y=0} \cancel{\frac{\sqrt{2}}{4}}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{3\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{4}} \to \boxed{x=\frac{\pi}{4}-3}$

۷

$$y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2(k+1)=0 \to x=\frac{k+1}{-3k}$$

1

$$\frac{-(k+1)}{3k}<0 \to \frac{-1 \quad 0}{- \ | + \ | -} \to \boxed{k<-1} \text{ یا } \boxed{k>0}$$

نقطه‌ی عطف در ناحیه‌ی دوم است پس $\leftarrow$

2

$$-\frac{(k+1)}{3k}(k)+(k+1)>0 \to -\frac{(k+1)}{3}+k+1>0 \to \frac{2k+2}{3}>0 \to \boxed{k>-1}$$

$$1\cap 2 \to k>0$$

به ازای هیچ مقدار k منفی و صحیح جواب ندارد!