۶)

$A(-1, 8)$ $B(2, -19)$

شیب پاره خط واصل A و B $= \dfrac{-19-8}{2-(-1)} = \dfrac{-27}{3} = -9$

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = x^2 - x - 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = \dfrac{-9}{6}$ $x^2 - x + 7$

$\Delta < 0$ هیچ نقطه ای وجود ندارد

$x^2 - x - 2 = -1/5$

$x^2 - x - 0/5 = 0 \rightarrow \Delta > 0$

1/5

---

۷) نمودار دو x منفی و y مثبت است

طول نقطه عطف $= \dfrac{-b}{3a} = \dfrac{-(k+1)}{3k} < 0$

$\dfrac{k+1}{3k} > 0 \Rightarrow$

	-1		0	
+	⊘	−	⊘	+

$\Rightarrow k \in \{x > 0,\ x < -1\}$

1/25

---

۸) وقتی خط مماس از منحنی عبور می کند یعنی آن نقطه، نقطه عطف تابع است

نقطه عطف تابع $A \left| \begin{matrix} -1 \\ -4 \end{matrix} \right.$

$\dfrac{-a}{3} = -1 \Rightarrow a = 3$ $f(-1) = -4 \Rightarrow -1 + 3 - b - 1 = -4 \Rightarrow b = 5$

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{5} = 0/6$

2

---

۹) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$(0, 4) \longrightarrow$ max نسبی $c = 4$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$

طول نقطه مینیمم نسبی $=$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 2ax = 0 \Rightarrow x = -\dfrac{2a}{3}$

$\left(-\dfrac{2a}{3}, 0\right)$

$f(x) = x^3 + ax^2 + 4$ $f\left(-\dfrac{2a}{3}\right) = 0 \Rightarrow \dfrac{-8a^3}{27} + \dfrac{4a^3}{9} + 4 = 0$

1/75

$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$ یا $a = 0$ ← $a=0$ طبق شکل ق ق نیست

در این صورت $a = \frac{3}{2}$

min نسبی $\left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}, 0\right) = (-1, 0)$

---

۱۰) $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 12x$

$4x^3 - 12x = 0$

$x = \pm\sqrt{3}$ $x = 0$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
f'		−	0	+	0	−	0	+	
f	$+\infty$		-4		5		-4		$+\infty$
			min نسبی				min نسبی		

$A(-\sqrt{3}, -4)$ $B(+\sqrt{3}, -4)$

$C(1, 0)$ $D(-1, 0)$

$m_{AB} = 0$

$m_{CD} = 0$

* ۲ خط موازی اند

$f''(x) = 12x^2 - 12 \Rightarrow 12x^2 - 12 = 0$ $f(1) = 0$

$x = \pm 1$ $f(-1) = 0$

2

«سئوالات زارعی»

۱۷/۷۵

(۱)

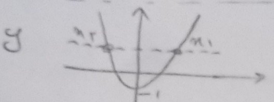
$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos^3(2x)+ax^2+b}{x}=0 \xrightarrow{Hop} \lim_{x\to 0}\frac{3\cos^2(2x)\times 2\times -\sin 2x + 2ax}{1}=0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{3\cos^2(2x)\times 2x-\sin 2x+2ax}{x}=2 \underset{\text{هوپیتال}}{\Longrightarrow} \lim_{x\to 0}\frac{-6\left(1-\frac{4x^2}{2}\right)^2\times 2x+2ax}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-12(1-2x^2)^2+2a}{1}=2 \Rightarrow -12+2a=2 \Rightarrow a=7\,]$$ ۱/۵

$b=9$

(۲)



$y=x^2-1 \Rightarrow y'=2x$

$f'(x_1)=2x_1 \quad f'(x_2)=2x_2 \quad 2x_1\times 2x_2=4x_1x_2=-1$

$x_1x_2=-\frac{1}{4} \quad -x_2^2=-\frac{1}{4} \Rightarrow x_2=\pm\frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2})=\frac{3}{4} \quad f(-\frac{1}{2})=\frac{3}{4} \quad x_1=-x_2$

$f(\frac{1}{2})+f(-\frac{1}{2})=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\,] \quad x_2=\frac{1}{2} \quad x_1=-\frac{1}{2}$ ۲

---

(۳)

$f(2.5)=6 \Rightarrow \frac{a}{2\times 2.5-1} \Rightarrow \frac{a}{4}=6 \quad a=24$

$f(-0.5)=-12 \Rightarrow a=24 \quad f(x)=\frac{24}{2x-1} \Rightarrow f(5)=\frac{24}{9}=\frac{8}{3}\,\}$ ۱/۵

---

(۵)

$f(x)=g(x) \Rightarrow \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \Rightarrow \frac{1}{2}\sin x=\frac{1}{2}\cos x$

$\sin x=\cos x \Rightarrow x=\frac{\pi}{4} \quad f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \Rightarrow$

$f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4} \quad f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4} \Rightarrow y=ax+b$

$y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+b \Rightarrow b=\frac{\sqrt{2}}{4}(3-\frac{\pi}{4}) \quad y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+\frac{\sqrt{2}}{4}(3-\frac{\pi}{4}) \Rightarrow 0=\frac{\sqrt{2}}{4}x+\frac{\sqrt{2}}{4}(3-\frac{\pi}{4})$

$x=3-\frac{\pi}{4} \Rightarrow A\left|\begin{matrix}3-\frac{\pi}{4}\\ 0\end{matrix}\right.$ ۲

---

(۴)

$f'(1)=2 \quad f(x)=\frac{x+a}{ax+1} \Rightarrow f'(x)=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2} \Rightarrow f'(1)=\frac{1-a^2}{(a+1)^2}=2$

$2a^2+4a+2=1-a^2=0 \quad 3a^2+4a+1 \Rightarrow a=-1\,] \;\; a=-\frac{1}{3}\,]$

تابع ثابت می‌شود.

$f(x)=\frac{x-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}x+1} \Rightarrow f(1)=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}}=1 \quad y=2x+b \Rightarrow 1=2(1)+b \Rightarrow b=-1$

$a-b=-\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}\,]$ ۲

---

(۶)

$f(x)=2x^3-3x^2-12x+1 \Rightarrow f'(x)=6x^2-6x-12=x^2-x-2=0$

$x=2 \quad x=-1$

$f(-1)=8 \quad f(2)=-19$

	-1		2	
+		−		+

۱-

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0 \rightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{\cos^{۳}(۲x) + ax^{۲} + b}{x} = 0 \rightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{1+b}{x} = 0$$

$$\hookrightarrow \boxed{b = -۱}$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{f'(x)}{x} = ۲ = \lim \frac{-۶\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x) + ۲ax}{x} = ۲ \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{(-۶\times ۲x) + ۲ax}{x} = ۲ \rightarrow ۲a - ۱۲ = ۲ \rightarrow ۲a = ۱٤ \rightarrow \boxed{a = ۷}$$

$$a + b = ۷ - ۱ = ۶$$

۳-

$$m = \frac{۶-(-۱۲)}{۲,۵-(-۰,۵)} = \frac{۱۸}{۳} = ۶ \rightarrow y = ۶x - ۹$$

$$\frac{a}{۲x-۱} = ۶x - ۹ \rightarrow ۱۲x^{۲} - ۲۴x + ۹ - a = 0 \xrightarrow{\Delta = 0} \cancel{۲۴}^{۲} - \cancel{۴}(\cancel{۱۲})(۹-a) = 0 \rightarrow ۱۲ - ۹ + a = 0$$

$$\cancel{۲۴\times ۶} \quad ۱۲$$

$$\hookrightarrow a = -۳$$

$$f(۵) = \frac{-۳}{۲(۵)-۱} = \frac{-۳}{۹} = -\frac{۱}{۳}$$

۶-

$$f'(x) = ۶x^{۲} - ۶x - ۱۲ \rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow ۶(x^{۲} - x - ۲) = 0 \rightarrow x = ۲, \quad x = -۱$$

x		-۱		۲	
y'	$+$		$-$		$+$
y	$\nearrow$	max (۸)	$\searrow$	min (-۱۹)	$\nearrow$

$$\rightarrow m_{AB} = \frac{۸-(-۱۹)}{-۱-۳} = -۹ \rightarrow f'(x) = -۹$$

$$۶x^{۲} - ۶x - ۱۲ = -۹ \rightarrow ۶x^{۲} - ۶x - ۳ = 0 \xrightarrow{\Delta > 0}$$ ۲ نقطه داریم

۹

$$f(0) = ۴ \rightarrow c = ۴$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow ۳x^{۲} + ۲ax + b = 0 \rightarrow b = 0$$

$$f'(x) = ۳x^{۲} + ۲ax \rightarrow x(۳x + ۲a) = 0 \rightarrow x = 0, \quad x = -\frac{۲a}{۳}$$

x		0		$-\frac{۲a}{۳}$	
y'	$+$		$-$		$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$

$$f\left(-\frac{۲a}{۳}\right) = 0 \rightarrow \frac{-۸a^{۳}}{۲۷} + \frac{۴a^{۳}}{۹} + ۴ = 0 \rightarrow a^{۳} = -۲۷ \rightarrow a = -۳$$

$$x = -\frac{۲a}{۳} = -\frac{۲(-۳)}{۳} = ۲$$

۷

$$y' = 3kx^2 + 2(k+1)x \to y'' = 6kx + 2(k+1) = 0 \rightsquigarrow x = \frac{k+1}{-3k}$$

نقطه‌ی عطف در ناحیه دوم است پس ←

$$\frac{-(k+1)}{3k} < 0 \to \begin{array}{ccccc} & -1 & & 0 & \\ \hline - & & + & & - \end{array} \to \boxed{k<-1} \text{ یا } \boxed{k>0} \quad (1)$$

$$-\frac{k+1}{3k}(k) + (k+1) > 0 \to \frac{-(k+1)}{3} + k+1 > 0 \to \frac{2k+2}{3} > 0 \to \boxed{k>-1} \quad (2)$$

$$1 \cap 2 \to k > 0$$

به ازای هیچ مقدار k منفی و صحیح جواب ندارد!