نام و نام خانوادگی دلارام میرزاباقریان

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ کلاس دوازدهم دختر B

۱

$F(x)=\cos^{۳}(۲x)+ax^{۲}+b \quad ① \lim_{x\to ۰^{+}}\frac{F(x)}{x}=۰ \quad ② \lim_{x\to ۰^{-}}\frac{F'(x)}{x}=۲ \qquad a+b?$

① → وقتی x→۰ میل F(x) هم باید صفر شود تا جواب عددی صحیح باشد

$\to F(۰)=۰ \to \cos^{۲}(۰)+۰+b=۰ \to ۱+b=۰ \to \boxed{b=-۱}$

$۷+(-۱)=\boxed{۶}$

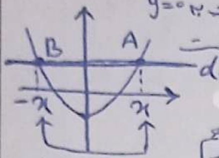
هم ارزی ← ۲x

$② \to \lim_{x\to ۰^{-}} \frac{-۶\overbrace{\sin(۲x)}\cos^{۲}(۲x)+۲ax}{x}=۲ \to \frac{-۶(۲\cancel{x})\cos^{۲}(۲x)+۲a\cancel{x}}{\cancel{x}}=۲$

$\to \lim_{x\to ۰^{-}} -۱۲\overbrace{\cos^{۲}(۲x)}^{۱}+۲a=۲ \to -۱۲+۲a=۲ \to \boxed{a=۷}$

۲

$y=x^{۲}-۱$



به دلیل تقارن

تابع نسبت به y=۰ متقارن است

d → موازی محور xها شیب = ۰

$F'(x)=۲x$

مماس ها بر هم عمود $\xrightarrow{\text{ضرب شیب ها}}$ $=-۱ \to (۲x)(-۲x)=-۴x^{۲}=-۱ \to x^{۲}=\frac{۱}{۴} \to x=\pm\frac{۱}{۲}$

$A\left|\begin{matrix} x=\frac{۱}{۲} \\ y \end{matrix}\right. \to F'(x)=۲x \to y=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}-\frac{۴}{۴}=\frac{-۳}{۴}$

$B\left|\begin{matrix} x=-\frac{۱}{۲} \\ y \end{matrix}\right. \to F'(-x)=-۲x \to y=\left(-\frac{۱}{۲}\right)^{۲}-\frac{۴}{۴}=\frac{-۳}{۴}$

$\left.\right\} -\frac{۳}{۴}+\left(-\frac{۳}{۴}\right)=\frac{-۶}{۴}=-\frac{۳}{۲}$

۳

$F(x)=\frac{a}{۲x-۱} \qquad (-۰/۵,-۱۲),(۲/۵,۶) \qquad F(۵)?$

شیب خط مماس $=\frac{۶+۱۲}{۲/۵+۰/۵}=\frac{۱۸}{۳}=۶$

$F'(x)=\frac{-\cancel{(۲)}(a)}{(۲x-۱)^{۲}}=\overset{-۳}{\cancel{۶}} \to a=-۳(۲x-۱)^{۲}$

$\to F(x)=\frac{-۳(۲x-۱)^{۲}}{۲x-۱} \xrightarrow{x=۵} \frac{-۳(۹)^{\cancel{۲}}}{\cancel{۹}}=\boxed{-۲۷}$

۴

$y=۲x+b \quad F(x)=y=\frac{x+a}{ax+۱} \qquad a-b?$

$F'(x)=\frac{۱-a^{۲}}{(ax+۱)^{۲}} \xrightarrow{x=۱} F'(۱)=\frac{(۱-a)\cancel{(۱+a)}}{(a+۱)^{\cancel{۲}}}=\frac{۱-a}{a+۱}=۲ \to ۲a+۲=۱-a \to ۳a=-۱ \to a=\frac{-۱}{۳}$

$F(۱)=\frac{۱-\frac{۱}{۳}}{-\frac{۱}{۳}+۱}=۱ \xrightarrow[\text{در } y=۲x+b]{x=۱} ۲+b=۱ \to b=-۱$

$a-b=\left(-\frac{۱}{۳}\right)-(-۱)=\boxed{\frac{۲}{۳}}$

۵

$F(x)=\sin x+\frac{۱}{۲}\cos x \quad g(x)=\frac{۳}{۲}\sin x \quad [۰,\pi]$

نقطه تلاقی $\to \sin x+\frac{۱}{۲}\cos x=\frac{۳}{۲}\sin x \to \frac{۱}{۲}\cos x=\frac{۱}{۲}\sin x \to \sin x=\cos x$

$F'(x)=\cos x-\frac{۱}{۲}\sin x \to F'\left(\frac{\pi}{۴}\right)=\frac{\sqrt{۲}}{۴} \to$ bóm

$F\left(\frac{\pi}{۴}\right)=\frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \to$ نقطه $\left|\begin{matrix} \frac{\pi}{۴} \\ \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \end{matrix}\right.$ $\to y-\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right) \to y=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)+\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$

در خط صدق می کند

$\xrightarrow{y=۰} ۰=\frac{\sqrt{۲}}{۴}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right)+\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$

$\to \frac{-۳\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۴}}=\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{\cancel{۴}}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right) \to \boxed{x=-۳+\frac{\pi}{۴}}$

۶

$F(x)=۲x^۳-۳x^۲-۱۲x+۱$

$F'(x)=۶x^۲-۶x-۱۲=۰ \longrightarrow x=-۱ ,\ x=۲$ نقاط بحرانی ext ها $(-۱,۸)$ و $(۲,-۱۹) \longrightarrow m=\frac{۸+۱۹}{-۳}=\boxed{-۹}$

پس یعنی مشتق باید ۹- باشد

$۶x^۲-۶x-۱۲=-۹ \rightarrow ۶x^۲-۶x-۳=۰$

$\rightarrow ۳۶-۴(۶)(-۳)>۰ \longrightarrow$ معادله دو جواب دارد

$\boxed{\text{۲ نقطه}}$

۷

$y=Kx^۳+(K+۱)x^۲$ ناحیه دوم $\rightarrow y>۰ ,\ x<۰ \xrightarrow{\text{اشتراک ① و ②}} (۰,+\infty)$ هیچ عدد صحیح منفی ندارد

$F'(x)=۳Kx^۲+۲(K+۱)x \longrightarrow F''(x)=۶Kx+۲K+۲=۰$

$۶Kx=-۲K-۲ \quad = \frac{-۲K-۲}{۶K}=\underbrace{\frac{K+۱}{-۳K}}_{\text{x نقطه‌ی عطف}}$

نقطه‌ی عطف $\left|\begin{array}{l} \frac{K+۱}{-۳K}<۰ \ ① \\ \left(\frac{۲(K+۱)}{۳}\right)\overbrace{\left(\frac{K+۱}{-۳K}\right)^۲}^{\text{همواره} +}>۰ \ ② \\ \quad K\neq ۰ \end{array}\right.$

$① \Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} & & -۱ & & ۰ & \\ \hline \frac{K+۱}{-۳K} & - & \varnothing & + & \varnothing & - \end{array} \rightarrow K\in(-\infty,-۱)\cup(۰,+\infty)$

$② \longrightarrow \begin{array}{c|ccc} & & -۱ & \\ \hline K+۱ & - & \varnothing & + \end{array} \rightarrow K>-۱ ,\ K\neq ۰$ و در مخرج

$\xrightarrow[\text{در تابع}]{x=\frac{K+۱}{-۳K}} K\left(\frac{K+۱}{-۳K}\right)^۳+(K+۱)\left(\frac{K+۱}{-۳K}\right)^۲=\left(\frac{K+۱}{-۳K}\right)^۲\left(\cancel{K}\left(\frac{K+۱}{-۳\cancel{K}}\right)+\frac{(K+۱)}{\frac{-۳(K+۱)}{-۳}}\right)=\left(\frac{+۲(K+۱)}{+۳}\right)\overbrace{\left(\frac{K+۱}{-۳K}\right)^۲}^{\text{همواره} \oplus}$

۸

$y=x^۳+ax^۲+bx-۱ \quad (-۱,-۴)$

$A(-۱,-۴) \longrightarrow$ نقطه عطف $\longrightarrow x_A=\frac{-b}{۳a} \xrightarrow[\text{سوال}]{\text{در این}} \frac{-a}{۳}=-۱ \rightarrow \boxed{a=+۳}$

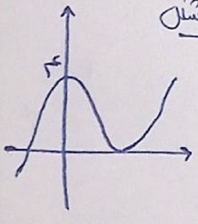
$F(-۱)=-۴ \longrightarrow x^۳+۳x^۲+bx-۱ \xrightarrow{x=-۱} -۱+۳-b-۱=-۴ \rightarrow \boxed{b=۵}$

$\frac{a}{b}=\boxed{\frac{۳}{۵}}$

۹

$F(x)=x^۳+ax^۲+bx+c \qquad F'(x)=۳x^۲+۲ax=x(۳x+۲a)=۰ \rightarrow \acute{۰} ,\ \underline{\frac{-۲a}{۳}}$

ext نسبی $\rightarrow F'=۰$



$\xrightarrow{\text{از شکل}} F(۰)=۴ \rightarrow c=۴$

$F'(۰)=۰ \rightarrow b=۰$

$۰=\left(\frac{-۲a}{۳}\right)^۳+(a)\left(\frac{-۲a}{۳}\right)^۲+۴$ در تابع می‌گذاریم

$\rightarrow \underbrace{\left(\frac{-۲a}{۳}\right)^۲}_{\frac{۴a^۲}{۹}}\left(\underbrace{\frac{-۲a}{۳}+a}_{\frac{a}{۳}}\right)=۴$

$\rightarrow \frac{\cancel{۴}a^۳}{۲۷}=-\cancel{۴} \longrightarrow a^۳=-۲۷ \rightarrow \boxed{a=-۳}$

$x_{\text{Min نسبی}}=\frac{-۲a}{۳}=\frac{-۲(-۳)}{۳}=\boxed{۲}$

۱۰

$F(x)=x^۴-۶x^۲+۵$ $\quad B,A \rightarrow$ Min نسبی $\quad D,C \rightarrow$ عطف

$F'(x)=۴x^۳-۱۲x=۴x(x^۲-۳)=۰ \longrightarrow x=۰ ,\ \pm\sqrt{۳}$

$F''(x)=۱۲x^۲-۱۲=۱۲(x^۲-۱)=۰ \longrightarrow x=\pm ۱$

$C(+۱,۰)$

$D(-۱,۰) \longrightarrow m_{CD}=۰$

$\begin{array}{c|ccccccc} & & -\sqrt{۳} & & ۰ & & +\sqrt{۳} & \\ \hline F' & - & \varnothing & + & \varnothing & - & \varnothing & + \\ \hline F & \searrow & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow \\ & & \text{(A) Min نسبی} & & \text{Max نسبی} & & \text{Min نسبی (B)} & \end{array}$

$A(-\sqrt{۳},-۴)$

$B(\sqrt{۳},-۴)$

$\downarrow$

$۰=m_{AB}$

شیب هر دو خط با یکدیگر برابر و برابر صفر است پس موازی هستند و زاویه‌ی بین آنها ۰ است.