نام و نام خانوادگی دلارام میرزا باقریان — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ کلاس دوازدهم دختر B

آفرین ۱۹٫۵

۱

$F(x) = \cos^3(2x) + ax^2 + b$ ① $\lim_{x\to 0^+} \frac{F(x)}{x} = 0$ ② $\lim_{x\to 0^-} \frac{F'(x)}{x} = 2$ $a+b?$

① $\longrightarrow$ وقتی $x \to 0$ پس $F(x)$ هم باید صفر شود تا جواب عددی صحیح باشد $\rightarrow F(0) = 0 \longrightarrow \cos^3(0) + 0 + b = 0 \longrightarrow 1 + b = 0 \longrightarrow \boxed{b = -1}$

$7 + (-1) = \boxed{6}$

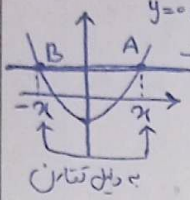
② $\longrightarrow \lim_{x\to 0^-} \frac{-6\overbrace{\sin(2x)}^{\text{هم ارزی } \leftarrow 2x}\cos^2(2x) + 2ax}{x} = 2 \rightarrow \frac{-6(2\cancel{x})\cos^2(2x) + 2a\cancel{x}}{\cancel{x}} = 2$

۲

$\longrightarrow \lim_{x\to 0^-} -12\overbrace{\cos^2(2x)}^{1} + 2a = 2 \longrightarrow -12 + 2a = 2 \longrightarrow \boxed{a = 7}$

۲

$y = x^2 - 1$



تابع نسبت به $y=0$ متقارن است

$d \longrightarrow$ موازی محور x ها، شیب $= 0$

$F'(x) = 2x$

به دلیل تقارن

مماس ها بر هم عمود $\longrightarrow$ ضرب شیب ها $= -1 \longrightarrow (2x)(-2x) = -4x^2 = -1 \longrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$

۲

$A \begin{vmatrix} x = \frac{1}{2} \\ y \end{vmatrix} \longrightarrow F'(x) = 2x \longrightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{4}{4} = -\frac{3}{4}$

$B \begin{vmatrix} x = -\frac{1}{2} \\ y \end{vmatrix} \longrightarrow F'(-x) = -2x \longrightarrow y = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{4}{4} = -\frac{3}{4}$

$\Big\}\ -\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$

۳

$F(x) = \frac{a}{2x-1}$ $(-0.5, -12), (2.5, 6)$ $F(5)?$

شیب خط مماس $= \frac{6+12}{2.5+0.5} = \frac{18}{3} = 6$

$F'(x) = \frac{-\cancel{(2)}(a)}{(2x-1)^2} = \cancel{6}^{-3} \longrightarrow a = -3(2x-1)^2$

$\longrightarrow F(x) = \frac{-3(2x-1)^2}{2x-1} \xrightarrow{x=5} \frac{-3(9)^{\cancel{2}}}{\cancel{9}} = \boxed{-27}$

۱٫۵

۴

$y = 2x + b$ $F(x) = y = \frac{x+a}{ax+1}$ $a - b?$

$F'(x) = \frac{1-a^2}{(ax+1)^2} \xrightarrow{x=1} F'(1) = \frac{(1-a)\cancel{(1+a)}}{(a+1)^{\cancel{2}}} = \frac{1-a}{a+1} = 2 \rightarrow 2a + 2 = 1 - a \rightarrow 3a = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{3}$

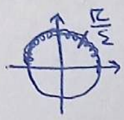
$F(1) = \frac{1 - \frac{1}{3}}{-\frac{1}{3} + 1} = 1 \xrightarrow[\text{در } y = 2x + b]{x=1} 2 + b = 1 \longrightarrow b = -1$

$a - b = \left(-\frac{1}{3}\right) - (-1) = \boxed{\frac{2}{3}}$

۲

۵

$F(x) = \sin x + \frac{1}{2}\cos x$ $g(x) = \frac{3}{2}\sin x$ $[0, \pi]$



نقطه تلاقی $\longrightarrow \sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{3}{2}\sin x \rightarrow \frac{1}{2}\cos x = \frac{1}{2}\sin x \rightarrow \sin x = \cos x$

$F'(x) = \cos x - \frac{1}{2}\sin x \longrightarrow F'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} \rightarrow$ شیب

$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{4} \longrightarrow$ نقطه در خط صدق می کند $\begin{vmatrix} \frac{\pi}{4} \\ \frac{3\sqrt{2}}{4} \end{vmatrix} \rightarrow y - \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3\sqrt{2}}{4}$

$\xrightarrow{y=0} 0 = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{3\sqrt{2}}{4}$

$\rightarrow \frac{-3\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{4}} = \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{4}}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \boxed{x = -3 + \frac{\pi}{4}}$

۲

۶

$F(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$

$F'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \longrightarrow x = -1 ,\ x = 2$ نقاط بحرانی ext ها $\quad (-1, 8) ,\ (2, -19) \longrightarrow m = \dfrac{8+19}{-3} = \boxed{-9}$

پس یعنی مشتق باید -9 باشد

$6x^2 - 6x - 12 = -9 \to 6x^2 - 6x - 3 = 0$

$\to 36 - 4(6)(-3) > 0 \longrightarrow$ معادله دو جواب دارد

$\boxed{\text{۲ نقطه}}$

2

۷

$y = Kx^3 + (K+1)x^2$ $\quad$ ناحیه دوم $\longrightarrow y > 0 ,\ x < 0$ $\quad \xrightarrow{\text{اشتراک ① و ②}} (0, +\infty)$ هیچ عدد منفی ندارد

$F'(x) = 3Kx^2 + 2(K+1)x \longrightarrow F''(x) = 6Kx + 2K + 2 = 0$

$6Kx = -2K - 2 = \dfrac{-2K-2}{6K} = \dfrac{K+1}{-3K}$ $\quad$ x نقطه‌ی عطف

2

نقطه‌ی عطف $\left| \begin{array}{l} \dfrac{K+1}{-3K} < 0 \ ① \\ \left(\dfrac{2(K+1)}{3}\right) \overbrace{\left(\dfrac{K+1}{-3K}\right)^2}^{\text{همواره +}} > 0 \ ② \end{array} \right.$ $\quad K \neq 0$

$① \to$

	-1		0	
$\frac{K+1}{-3K}$	$-$	0 +	$\not\exists$	$-$

$\to K \in (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

$② \longrightarrow$

		-1	
$K+1$	$-$	0	$+$

$\to K > -1 ,\ K \neq 0$ در مخرج

$x = \dfrac{K+1}{-3K} \xrightarrow[\text{در تابع}]{} K\left(\dfrac{K+1}{-3K}\right)^3 + (K+1)\left(\dfrac{K+1}{-3K}\right)^2 = \left(\dfrac{K+1}{-3K}\right)^2 \left(\cancel{K}\left(\dfrac{K+1}{-3\cancel{K}}\right) + \dfrac{(K+1)}{\frac{-3(K+1)}{-3}}\right) = \left(\dfrac{+2(K+1)}{+3}\right) \overbrace{\left(\dfrac{K+1}{-3K}\right)^2}^{\text{همواره ⊕}}$

۸

$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 \quad (-1, -4)$

$A(-1, -4) \longrightarrow$ نقطه عطف $\longrightarrow x_A = \dfrac{-b}{3a} \xrightarrow[\text{سوال}]{\text{در این}} \dfrac{-a}{3} = -1 \to \boxed{a = +3}$

$F(-1) = -4 \longrightarrow x^3 + 3x^2 + bx - 1 \xrightarrow{x=-1} -1 + 3 - b - 1 = -4 \longrightarrow \boxed{b = 5}$

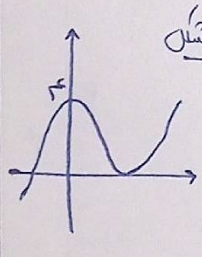
$\dfrac{a}{b} = \boxed{\dfrac{3}{5}}$

2

۹

$F(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \qquad F'(x) = 3x^2 + 2ax = x(3x + 2a) = 0 \to 0 ,\ \dfrac{-2a}{3}$

ext نسبی $\to F' = 0$



$\xrightarrow{\text{از شکل}} F(0) = 4 \longrightarrow c = 4$

$F'(0) = 0 \longrightarrow b = 0$

2

$x_{\text{Min نسبی}} = \dfrac{-2a}{3} = \dfrac{-2(-3)}{3} = \boxed{2}$

در تابع می‌گذاریم $\quad 0 = \left(\dfrac{-2a}{3}\right)^3 + (a)\left(\dfrac{-2a}{3}\right)^2 + 4$

$\to \underbrace{\left(\dfrac{-2a}{3}\right)^2}_{\frac{4a^2}{9}} \underbrace{\left(\dfrac{-2a}{3} + a\right)}_{\frac{a}{3}} = 4$

$\to \dfrac{\cancel{4}a^3}{27} = -\cancel{4} \longrightarrow a^3 = -27 \to \boxed{a = -3}$

۱۰

$F(x) = x^4 - 6x^2 + 5 \qquad B, A \to$ Min نسبی $\qquad D, C \to$ عطف

$F'(x) = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3) = 0 \longrightarrow x = 0 ,\ \pm\sqrt{3}$

		$-\sqrt{3}$		0		$+\sqrt{3}$	
F'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
F	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$
		(A) Min نسبی		Max نسبی		Min نسبی (B)	

$A(-\sqrt{3}, -4)$

$B(\sqrt{3}, -4)$

$0 = m_{AB}$

$F''(x) = 12x^2 - 12 = 12(x^2 - 1) = 0 \longrightarrow x = \pm 1$

$C(+1, 0)$

$D(-1, 0) \longrightarrow m_{CD} = 0$

2

شیب هر دو خط با یکدیگر برابر و برابر صفر است پس موازی هستند و زاویه‌ی بین آنها صفر است .

۳

$$m = \frac{۶-(-۱۲)}{۲,۵-(-۰,۵)} = \frac{۱۸}{۳} = ۶ \rightarrow \boxed{y = ۶x - ۹}$$

$$\frac{a}{۲x-۱} = ۶x-۹ \rightarrow ۱۲x^۲ - ۲۴x + ۹ - a = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۰} \cancel{۲۴}^۲ - \cancel{۴}(\cancel{۱۲})(۹-a) = ۰ \rightarrow ۱۲ - ۹ + a = ۰$$

$$\cancel{۲۴ \times ۲۴}$$
$$۱۲$$

$$\boxed{a = -۳}$$

$$f(۵) = \frac{-۳}{۲(۵)-۱} = \frac{-۳}{۹} = \boxed{-\frac{۱}{۳}}$$