۱۹ آذر

سوال ۱- $f(x)=\sqrt{x(1-|x|)}$ ، $x\geq 0$: $\dfrac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}}=\frac{1}{2}$ همسازی conmax

$x<0$: $f(x)=\sqrt{x(1+x)}$ → $\dfrac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}}=-\frac{1}{2}$ max نسبی ندارد ۰ و ۱ و ۱-

نقاط بحرانی $f'=0$ یا f' تعریف نشده است

تعداد نقاط بحرانی $=$ ۰ و ۱- و ۱ و $\frac{1}{2}$ و $= 4$ تا

۱۱۷۵ $\min=\frac{1}{2}$ $\sqrt{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2})}=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+4+0=4{,}5$

۲- $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2}{2\sqrt{a-2x}}=0$ $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{1}{\sqrt{a-2x}}$

نقاط بحرانی max و min $=0$ ، $\frac{a}{2}$ ، $\frac{a}{6}$

$\sqrt{a}$ $\sqrt{\frac{a}{2}}$ $\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{4a}{6}}$ $\sqrt{a}\,\frac{3}{\sqrt{6}}$

$a-2x=4x$ $6x=a$ $=\frac{a}{6}$

$\frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a}\times\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{12}$ ۲ $\frac{3}{\sqrt{12}}a=\sqrt{12}$ $3a=12\Rightarrow a=4$

۳- $\dfrac{2x(x^2-1)-2x(x^2)}{(x^2-1)^2}(x^2-4)+2x\dfrac{(x^2)}{x^2-1}$

۱۱۷۵ $\dfrac{-2x(x^2-4)}{(x^2-1)^2}+\dfrac{2x^3(x^2-1)}{x^2-1(x^2-1)}=\dfrac{-2x^3+8x+2x^5-2x^3}{(x^2-1)^2}$

$\dfrac{2x^5-4x^3+8x}{(x^2-1)^2}\Rightarrow\dfrac{2x(x^4-4x^2+8)}{(x^2-1)^2}$ $b^2-4ac<0$ جواب ندارد

$x=0$ فقط یک ریشه دارد (±1) در دامنه نیست

۴- از آنجایی که این عبارت ext تعریف شده است مشتق تنها ext برابر صفر دارد (دارای صفر)

$$3ax^2+2bx+c=0$$

$$3a+2b+c=0 \qquad 3a=-2b \qquad b=-1.5a$$

$$0+0+c=0 \Rightarrow c=0$$

(۰ و ۰) در تابع باید صدق کند

$$0=0+0+0+d \Rightarrow d=0$$

(۱ و ۱) صدق کند

$$1=a+b+\cancel{c}+\cancel{d} \Rightarrow a+b=1$$

$-1.5a$

2

$$-0.5a=1 \Rightarrow a=-2$$

$$ab=-6 \qquad b=3$$

۵- نا زوج دارد شده قدر مطلق را $+1$ خواهد کرد

$$\frac{-\sqrt{2}\;\sqrt{2}}{-|+|-}$$

$$x(3-x^2) \Rightarrow -x^3+3x \Rightarrow -3x^2+3$$

$$-3(x^2-1) \Rightarrow x=\pm1$$

$$+1 \rightarrow 2 \qquad -1 \rightarrow -2$$

$$\sqrt{3} \rightarrow 0 \qquad -1.5 \rightarrow -\frac{3}{2}\times\frac{3}{4}=-\frac{9}{8}$$

min مطلق -2

۶- از آنجایی که درون ext است تعریف شده است مشتق کنید

$$-x^3+3ax^2+b \Rightarrow -3x^2+6ax \quad \text{مشتق}$$

$$-3-6a=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{2}$$

$$-x^3+3ax^2+b \quad (-1 \text{ و } 1) \qquad +1+3a+b=1 \quad \left(a=-\frac{1}{2}\right)$$

$$b=1.5$$

$$\frac{b}{a}=\frac{1.5}{-0.5}=-3$$

2

$y=\frac{۳}{۲}x^{۲}+x+\frac{۵}{۶}$ $\quad y'=۳x+۱ \Rightarrow \min x=-\frac{۱}{۳}$ ✓

$\frac{۱}{۹}\quad \frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۳}+\frac{۵}{۶}=\frac{۵}{۳}$

$\min=\left(-\frac{۱}{۳},\frac{۵}{۳}\right)$

$x=-\frac{۱}{۳}\quad y=\frac{۵}{۳}\qquad (a+۱)\left(-\frac{۱}{۳}\right)+(a-۱)=۰$

$-\frac{a}{۳}-\frac{۱}{۳}+a-۱=۰\qquad \frac{۲a}{۳}-\frac{۴}{۳}=۰$

$\frac{۲x+۳}{۳x+۱}=۰\qquad$ ۲ $\qquad x=-۱,۵\qquad a=۲$

۸-

$x=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow$ دستور حاصل ضرب عکس $\Rightarrow a=+۴$

$y=۳\Rightarrow \frac{b}{۴}=۳\Rightarrow b=۱۲\qquad$ ۲ $\qquad \frac{b}{a}=۳$

۹-

$f'(x)=\frac{۴x^{۳}(x^{۳}-۸)-۳x^{۲}(x^{۴})}{(x^{۳}-۸)^{۲}}\Rightarrow$

$\frac{۴x^{۶}-۳۲x^{۳}-۳x^{۶}}{(x^{۳}-۸)^{۲}}=\frac{x^{۳}(x^{۳}-۳۲)}{(x^{۳}-۸)^{۲}}$

$۰\quad ۲\quad \sqrt[۳]{۳۲}$

$+\quad -\quad -\quad +$

$(۲\sqrt[۳]{۴},-۲)$ ۲ $\quad (۰,۲)$ ... اگر ۲ تعریف نشده بود

min $\quad$ البته ۲ بحرانی ... خواهد شد

$۲(\sqrt[۳]{۴}-۱)$

۷-

$\frac{۴x^{۳}(x^{۲}-۳)-۲x(x^{۴}-۳)}{(x^{۲}-۳)^{۲}}=\frac{۴x^{۵}-۱۲x^{۳}-۲x^{۵}+۶x}{(x^{۲}-۳)^{۲}}\Rightarrow$

ریشه ندارد $\Delta<۰$

$\frac{۲x^{۵}-۱۲x^{۳}+۶x}{(x^{۲}-۳)^{۲}}=\frac{۲x(x^{۴}-۶x^{۲}+۳)}{(x^{۲}-۳)^{۲}}\qquad \frac{۶\pm\sqrt{۲۴}}{۲}=۳\pm\sqrt{۶}$

$x^{۲}=۳\quad x=\pm\sqrt{۳}$ $\qquad$ ۲/۵ $\quad$ دو بار ۴

$-\sqrt{۳+\sqrt{۶}}\quad -\sqrt{۳}\quad -\sqrt{۳-\sqrt{۶}}\quad ۰\quad \sqrt{۳-\sqrt{۶}}\quad \sqrt{۳}\quad \sqrt{۳+\sqrt{۶}}$

$+\quad -\quad -\quad +\quad -\quad -\quad +$

دو بار ۱ ... ۰٫۵ بار ... ۰٫۲ بار

چهار بار $\quad$ ۱ بار

۱ـ

$x(1-|x|) \geq 0 \rightarrow D_f = (-\infty,-1] \cup [0,1]$

$f'(x) = \dfrac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} \rightarrow |x| = \dfrac{1}{2} \rightarrow x = \dfrac{1}{2}$ (در دامنه نیست $x=-\frac{1}{2}$)

x		$\frac{1}{2}$	
y'	+		−
y	↗	max	↘

$n=0$

$m=1$

نقاط ۰ و ±۱ و $\frac{1}{2}$ بحرانی $\rightarrow$ $k=4$

$m+n+k = 4+1 = \boxed{5}$

۳ـ

$f(x) = \pm \dfrac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} \rightarrow f'(x) = \pm \dfrac{(4x^3-8x)(x^2-1) - (x^4-4x^2)2x}{(x^2-1)^2} = 0$

$\pm(2x^5 - 4x^3 + 8x) = 0$ → $x=0$

→ $x^4 - 2x^2 + 4 = 0$ (ریشه ندارد)

نقاط ۲ , ۲- ریشه‌های قدرمطلق و نقطه‌ی صفر ریشه‌ی مشتق است پس 3 نقطه‌ی بحرانی دارد!

۱۰

$f'(x) = \dfrac{4x^3(x^2-3) - 2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2} = \dfrac{2x[(2x^4-6x^2) - (x^4-3)]}{(x^2-3)^2}$

$2x^5 - 12x^3 + 6x = 0 \rightarrow 2x(x^4 - 6x^2 + 3) = 0$ → $x = 0$

→ $x^2 = t$

$t^2 - 6t + 3 = 0 \rightarrow t = \dfrac{6 \pm \sqrt{24}}{2} \rightarrow x = \pm\sqrt{3-\sqrt{6}}$

$-2<x<2$

-2		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$	
	−		−		+		−		+		+

در ۳ بازه اکیداً نزولی است!