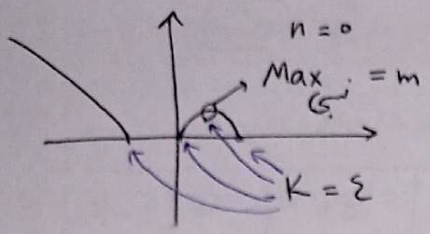
نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۶ ..... کلاس دوازدهم ..... B

۱

$F(x)=\sqrt{x(1-|x|)} \longrightarrow x(1-|x|)\geq 0 \longrightarrow$ ریشه‌ها: $-1, 0, 1$; علامت: $-,+,-$; $D_F=[-1,0]\cup[0,1]$

در این بازه مشتق: $\frac{-2x+1}{2\sqrt{x-x^2}}$; ریشه: $\frac{1}{2}$; علامت: $+,-$; $0, \frac{1}{2}, 1$

در بازه $[-1,0)$ ، x به سمت 0^- ← تابع به سمت $+\infty$



$0+\varepsilon+1=$ گزینه ۲

۲

$F(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}$ ← ضابطه تابع ; دامنه: $x\geq 0$ ، $a-2x\geq 0 \rightarrow a\geq 2x \rightarrow x\leq \frac{a}{2}$; $D_F=[0,\frac{a}{2}]$

مشتق: $\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}=0$ ← برابر صفر ; $\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{a-2x}} \rightarrow 2x=a-2x \rightarrow x=\frac{a}{4}$

ملاک‌های اکسترمم مطلق در بازه و نقطه بحرانی:

$F(0)=\sqrt{a}$; $F(\frac{a}{4})=2\sqrt{\frac{a}{2}}$; $F(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}$; $a>0$

$Min=\sqrt{\frac{a}{2}}$ ، $Max=2\sqrt{\frac{a}{2}}$ ← ضرب ; $\frac{2a}{\sqrt{12}}=\sqrt{12} \rightarrow 2a=12$; $a=6$

$[a]=[6]=2$ گزینه ۲

۳

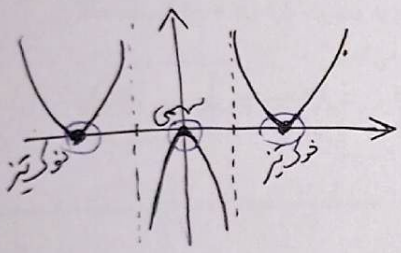
$F(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|$ ← تابع صفر ← 0 ، ± 2 ، $\pm\sqrt{17}$

انفصال ساده ± 1 ← ریشه مخرج

مجانب قائم

$x\to+\infty \Longrightarrow$ تابع $\to+\infty$

$x\to-\infty \Longrightarrow$ تابع $\to+\infty$



گزینه ۲

۴

$F(x)=ax^3+bx^2+cx+d$; $F'(x)=3ax^2+2bx+c$

① $F(1)=1$ ② $F(0)=0$ ③ $F'(0)=0$ ④ $F'(1)=0$

① $\rightarrow a+b=1$; ④ $\rightarrow 3a+2b=0 \rightarrow 3-3b+2b=0 \rightarrow b=3$

$a=1-b \rightarrow a=-2$

② $\rightarrow d=0$

③ $\rightarrow c=0$

گزینه ۲ $ab=-6$

۵

$F(x)=x|2-x^2|$; $[-1.5,-\sqrt{2}]$

ریشه‌ها: $-\sqrt{2}$ ، $\sqrt{2}$; علامت: $-,+,-$

بازه‌ی $[-1.5,-\sqrt{2}]$ ← بین تهی ← $x(2-x^2) \rightarrow 2x-x^3$ ← مشتق ← $2-3x^2$ ← برابر صفر ← ± 1

$x=-1 \rightarrow y=-2$ ← Min مطلق

$x=1 \rightarrow y=2$

$x=\sqrt{2} \rightarrow y=0$

$x=-1.5 \rightarrow y=-\frac{9}{8}$

ریشه‌ها: -1.5 ، -1 ، $+1$ ، $\sqrt{2}$; علامت: $-,+,-$

-1.5 ، $-\frac{9}{8}$ ، -1 ، -2 ، 1 ، 2 ، $\sqrt{2}$ ، 0

گزینه ۲

۶

$A(-1,1)$ نقطه Ext

$y = x^2|x| + 2ax^2 + b \qquad \frac{b}{a}$

$F'(-1) = 0 \xrightarrow[\text{مشتق}]{x=-1 \text{ در}} -x^3 + 2ax^2 + b \xrightarrow{\text{مشتق}} -3x^2 + 4ax = 0 \xrightarrow{x=-1} -3 - 4a = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$

$F(-1) = 1 \longrightarrow -x^3 + 2ax^2 + b = 1 \xrightarrow[a=-\frac{1}{4}]{x=-1} b = \frac{1}{2}$

$\frac{b}{a} = -2$ ✓ — د

۷

$y = \frac{(a+2)x}{(a+1)x + (a-1)}$

$y = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{5}{4} \xrightarrow{\text{Min}}$ | $\frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2}$ ← طول نقطه مینیمم

طول نقطه مینیمم $= -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{مخرج}=0} (a+1)\left(-\frac{1}{2}\right) + a - 1 = 0 \longrightarrow \frac{a}{2} = \frac{4}{2} \longrightarrow a = 4$

$\longrightarrow y = \frac{4x+2}{2x+1} \xrightarrow{\text{صفر تابع}} 4x + 2 = 0 \longrightarrow x = -\frac{2}{4}$ ✓ — د

۸

$A\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ محل تلاقی مجانب‌ها

$y = \frac{bx^2 + 1}{2x^2 + ax + 1} \qquad \frac{b}{a}?$

$x = -\frac{1}{2}$ ← طول نقطه مینیمم

$2\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{a}{2} + 1 = 0 \longrightarrow \frac{a}{2} = 2 \longrightarrow a = 4$

$y = 2$ ← عرض مجانب افقی $\longrightarrow \lim_{x \to \pm\infty} \frac{bx^2 + 1}{2x^2 + 4x + 1} \overset{\text{هم‌توان}}{=\!=} \frac{bx^2}{2x^2} = \frac{b}{2} = 3 \longrightarrow b = 12$

$\frac{12}{4} = 3$ ✓ — د

۹

$F(x) = \frac{x^4}{x^2 - 8} \longrightarrow$ ریشه مخرج $= 2$

مشتق $\longrightarrow \frac{(4x^3)(x^2-8) - (2x)(x^4)}{(x^2-8)^2} \xrightarrow{\text{صفر}} 4x^5 - 32x^3 - 2x^5 = 0 \longrightarrow x^5 - 32x^3 = 0$

$x^3(x^2 - 32) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 4\sqrt{2}$

بازه‌ها $\longrightarrow (0, 2), (2, 4\sqrt{2})$

طول $= 2 - 0 = 2$ ✓ — د

طول $\text{Min} = 4\sqrt{2} - 2 = 2(2\sqrt{2} - 1)$

x	0		2		$4\sqrt{2}$
$F'(x)$	$+$ 0		$-$ ‖	$-$	0 $+$
$F(x)$	↗		↘	↘	↗

۱۰

$F(x) = \frac{x^5 - 3}{x^2 - 2} \qquad x \in (-2, 2)$

ریشه مخرج $= \pm\sqrt{2}$ ($\sqrt{2} \approx 1.4$)

مشتق $\longrightarrow \frac{(5x^4)(x^2-2) - (2x)(x^5-3)}{(x^2-2)^2} = 0$ صورت

$5x^6 - 10x^4 - 2x^6 + 6x = 0 \longrightarrow 3x^6 - 10x^4 + 6x = 0$

$x(3x^5 - 10x^3 + 6) = 0 \xrightarrow{x=0} 3x^5 - 10x^3 + 6 = 0 \xrightarrow{x^3 = t} 3t^2 - 10t + 6 = 0$

$\Delta = 100 - 72 = 28 \qquad t = \frac{10 \pm 2\sqrt{7}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{3}$

$x^3 = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{3}$

$\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{\frac{5+\sqrt{7}}{3}} < 2 \longrightarrow x_1 = \sqrt{\frac{5+\sqrt{7}}{3}}$

$0 < \frac{5-\sqrt{7}}{3} < 1 < \sqrt{2} \longrightarrow x_2 = \sqrt{\frac{5-\sqrt{7}}{3}}$

بازه‌های اکیسترم

$(\sqrt{2}, \sqrt{3}), (\sqrt{3}, \sqrt{\frac{5+\sqrt{7}}{3}})$

۲ بازه

x	-2		0		$\sqrt{\frac{5-\sqrt{7}}{3}}$		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$		$\sqrt{\frac{5+\sqrt{7}}{3}}$		2
$F'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
$F(x)$		↗		↗		↘		↘		↗		↘	

۱۰

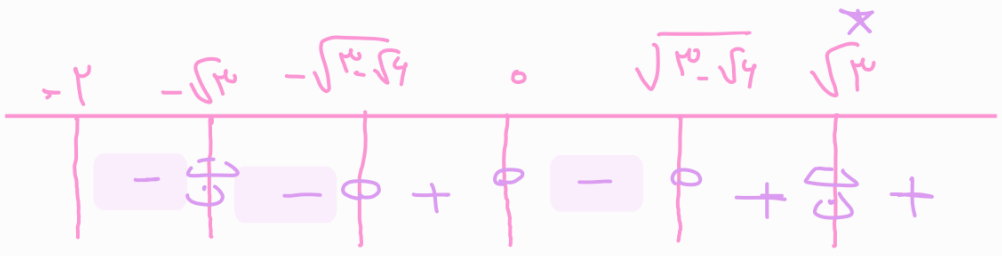
$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-3) - 2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2} = \frac{2x\left[(2x^4-6x^2) - (x^4-3)\right]}{(x^2-3)^2}$$

$2x^5 - 12x^3 + 6x = 0 \longrightarrow 2x(x^4 - 6x^2 + 3) = 0$ ⟵ $x = 0$

↳ $x^2 = t$

$t^2 - 6t + 3 = 0 \rightarrow t = \frac{6 \pm \sqrt{24}}{2} \longrightarrow x = \pm\sqrt{3-\sqrt{6}}$

$-2 < x < 2$



در ۳ بازه اکیداً نزولی است!