نادیا ۱۴/۷۵

(۱)

$f(x)=1-\frac{a}{x}$ $\qquad \frac{1-\frac{a}{3}-1+a}{2}=\frac{2a}{6}=\frac{a}{3}$

$f'(x)=+ax^{-2}=\frac{a}{x^2}$ $\quad \rightarrow x=\sqrt{3}$

۲

(۲) ۱/۷۵

$y=2ax^2-5x+18a \rightarrow f'(x)=4ax-5=1 \rightarrow 4ax=6$

$2ax^2-5x+18a=x$

$2ax^2-6x+18a=0 \Rightarrow 36-144a^2=0 \Rightarrow 36=144a^2 \Rightarrow$

$1=4a^2 \rightarrow a=\pm\frac{1}{2}$

اگر $a=\frac{1}{2}$ باشد ریشه‌ی عبارت مثبت می‌شود و در نتیجه از ناحیه سوم نمی‌گذرد پس $a=-\frac{1}{2}$

(۳)

$y=x^3-12x+2 \rightarrow f'(x)=3x^2-12=0 \rightarrow 3(x^2-4)=0$

$8-24+2$

	-2		$+2$	
$+$		$-$		$+$

مینیمم

$(2, \cancel{-14})$

۲

(۴)

$y=x^3+ax^2-2bx-4 \rightarrow f'(x)=3x^2+2ax-2b$

$3x(x+2)=3x^2+6x=3x^2+2ax-2b \Rightarrow b=0 \quad a=3$

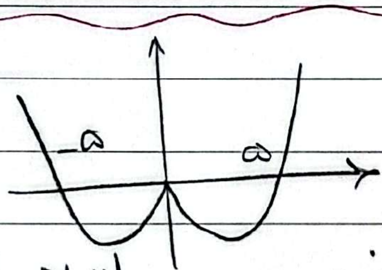
$y=x^3+3x^2-4 \qquad (0,-4)(-2,0) \Rightarrow \sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$

$-8+12-4$

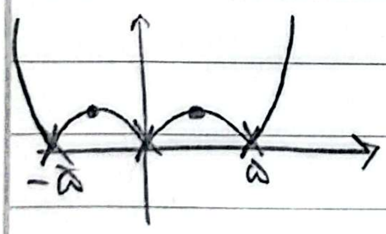
۱

(۵)

$f(x)=x^2-5|x|$



$\rightarrow$



$|x^2-5|x||$

max نسبی $=0 \rightarrow 2$

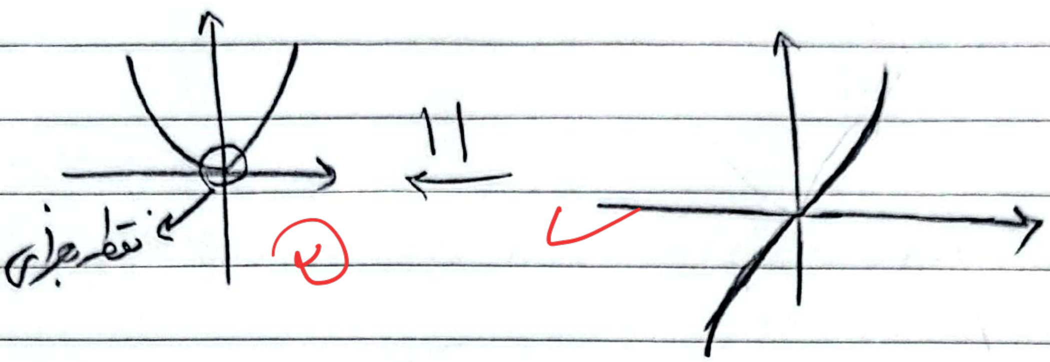
min نسبی $=X \rightarrow 3$

$\frac{2}{3}$

۲

$y=|f(x)|$ $\qquad x(|x|+3)$ $\qquad x\geq 0 \quad x^2+3x$ (6)

$x<0 \quad -x^2+3x$



$f(x)=\sqrt[3]{x^2}\,|x-a| \Rightarrow x^{\frac{2}{3}}(-x+a) \rightarrow$ (7)

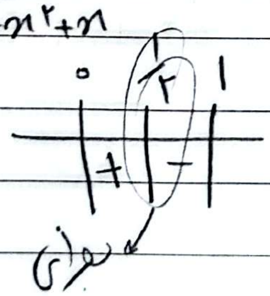
$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\left(-\frac{3}{2}+a\right)=0 \Rightarrow a=\frac{3}{2}$ 1.5

$f(x)=\sqrt{x|x|-x} \rightarrow x(1-|x|)\geq 0$ $\quad \begin{array}{ccccccc} & -1 & & 0 & & 1 & \\ + & | & - & | & + & | & - \end{array}$ (8)

$f(x)\begin{cases}\sqrt{-x^2+x} & 0\leq x\leq 1\\ \sqrt{x^2+x} & x\leq -1\end{cases}$ $\qquad f'(x)\begin{cases}\dfrac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}} & 0<x<1\\ \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} & x<-1\end{cases}$

در نقطه مشتق ناپذیر

$\dfrac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}}=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ $\qquad$ ۱ و ۱- و ۰ ← بحرانی است.



$1=m$

$0=n$

$4=k$

2 $\qquad \frac{4}{4}=1$

$$y=\frac{mx+۲}{x-1+m} \longrightarrow \frac{m(x-1+m)-(mx+۲)}{(x-1+m)^۲}=\frac{-۲}{(x-1+m)^۲}$$ ۱/۵ ۹

$$-m+1=1 \Longrightarrow m=۰$$

$$f(x)=\frac{x}{1-x|x|}$$ ۲ ۶

۷

$x\in[0,a] \to |x-a| = -(x-a) \rightsquigarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2}\,(x-a)$

$= -x^{\frac{5}{3}} + a(x^{\frac{2}{3}}) \rightsquigarrow f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}a(x^{-\frac{1}{3}})$

$-\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(5x-2a) \rightsquigarrow f'(0)$ $\to x=0$

$\hookrightarrow x = \frac{2a}{5}$ ✓ max $\to f(\frac{2a}{5}) = 1.5$

$\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}\,\left|\frac{2a}{5}-a\right| = \frac{3}{2} \rightsquigarrow a^3 \times \frac{4a^2}{25} = \frac{125}{8} \rightsquigarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \to \boxed{a = 2.5}$

۹

$f'(x)<0 \to m^2-m-2\le 0 \to -1\le m\le 2$, $m\neq 2 \rightsquigarrow -1\le m<2$ 1

(ریشه مضاعف) $x \to 1-m\le 1 \to m\ge 0$ 2

$1, 2 \rightsquigarrow \boxed{m = 0 \text{ یا } 1}$

۱۰

$$y = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x^2} & x\ge 0 \quad (x\neq 1) \\[2mm] \dfrac{x}{1+x^2} & x\le 0 \end{cases} \rightsquigarrow D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$y' = \begin{cases} \dfrac{1-x^2+2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1+x^2}{1-x^2} & x>0 \\[2mm] \dfrac{1+x^2-2x^2}{1-x^2} = \dfrac{1-x^2}{1+x^2} & x<0 \to \boxed{x=-1} \end{cases}$$

تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر است و مشتق در آن صفر نیست پس تنها یک نقطه‌ای بحرانی $x=-1$ دارد