۱۷٫۷۵ هلیا ابوطالبی

۱-

$$\frac{f(۳)-f(۱)}{۳-۱} = \frac{۱-\frac{a}{۳}-(۱-a)}{۲} = \frac{۱-۱-\frac{a}{۳}+a}{۲} = \frac{a}{۳}$$

$$f'(x) = +a(x)^{-۲} \Rightarrow ax^{-۲} = \frac{a}{۳} \Rightarrow x^۲ \quad x=\sqrt{۳}$$

۲

۲-

$$۲ax^۲ - ۵x + ۱۸a = ~~+x~~ \Rightarrow ۲ax^۲ - ۶x + ۱۸a = ۰$$

$$b^۲ - ۴ac = ۰ \qquad ۳۶ - ۴(۲a)\times ۱۸a = ۰$$

$$۳۶ - ۱۴۴a^۲ = ۰ \qquad ۳۶ = ۱۴۴a^۲$$

$$a = \frac{۶}{۱۲} \Rightarrow a = \pm\frac{۱}{۲}$$

اگر $a=\frac{۱}{۲}$ $\quad x^۲ - ۶x + ۹ = ۰ \quad (x-۳)^۲ = ۰ \quad x=۳$ قق

اگر $a=-\frac{۱}{۲}$ $\quad -x^۲ - ۶x - ۹ \quad x=-۳$ ~~قق~~ به دلیل منفی بودن

۲

۳-

$$۳x^۲ - ۱۲ = ۰ \qquad ۳(x^۲-۴) \qquad ۳(x-۲)(x+۲)$$

	-۲		$+۲$	
+		−		+

$(۲,۲)$ min نسبی $\Rightarrow ۸ - ۲۴ + ۲ = -۱۴$

۲

۴-

$$۳x^۲ + ۲ax - ۳b \xrightarrow{x=۰} b=۰$$

$$x=-۲ \qquad -۸ + ۴a + ۴b - ۴ = ۰$$

۱٫۵

$$-۱۲ + ۴a = ۰ \Rightarrow a = ۳$$

$$x^۳ + ۳x^۲ - ۴ \qquad \xrightarrow{x=۰} -۴ \qquad \xrightarrow{x=-۲} -۸ + ۱۲ - ۴ = ۰$$

$\begin{vmatrix} ۰ \\ -۴ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -۲ \\ ۰ \end{vmatrix}$

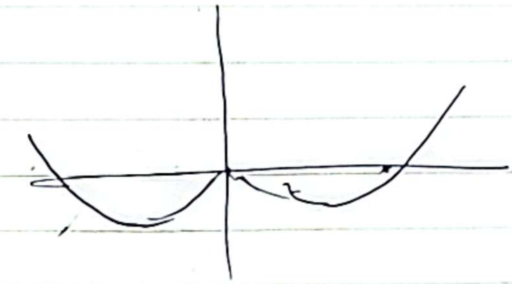
فاصله بین دو ا... رد

۵

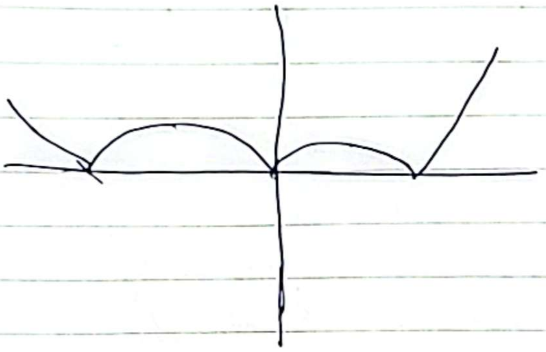
۵ـ

قرینه ـ x^2

قرینه ـ $|x|^3$



$\Rightarrow$



$\Rightarrow$ ۳min ۲max $\frac{۳}{۲}$

نسبی

۲

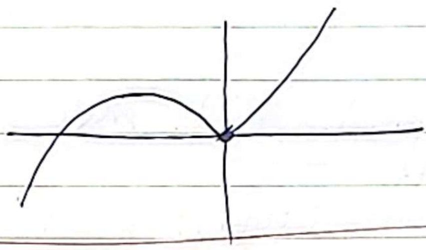
۱,۵

۶ـ

$x|x| + ۳x$ $x\geq 0$ $x^2+۳x$

$-x^2+۳x$

$-x(x+۳)$



۲ نقطه بحرانی دارد

۷ـ

$\sqrt[3]{x^2}(x-a) + \frac{۲}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(x-a)$ $\pm x^{\frac{۲}{۳}}(x-a)$

$\frac{۵}{۳}x - a$ $\frac{\frac{۲}{۳}(x-a)+۳x}{۳\sqrt[3]{x}} = 0$

$x = \frac{۳}{۵}a < 0$

$x = \frac{۳}{۵}a < 0 < a$

عبارت را

تک کند

$\Rightarrow x = \frac{۳}{۵}a$

۱,۲۵

$\sqrt[3]{(\frac{۳}{۵}a)^2}\,|\frac{۳}{۵}a - a|$

$\frac{-۲a}{۵}$

$a\sqrt[3]{\frac{۹}{۲۵}a^2} = \frac{۱۵}{۴}$ $\frac{۲a\sqrt[3]{\frac{۹}{۲۵}a^2}}{۵} = \frac{۳}{۲}$

$\boxed{a = \frac{۵}{۲}\sqrt[3]{\frac{۳}{۲}}}$

$\frac{۹a^۵}{۲۵} = \frac{۱۵\times ۱۵\times ۱۵}{۴\times ۴\times ۴}$ $a^۵ = \frac{۵^۵\times ۳}{۴^۳} \Rightarrow$

۸

$x \geq 0 \quad \sqrt{x^2 - x} \rightarrow \dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} \rightarrow \frac{1}{2} \quad \rightarrow 0, 1$

$x < 0 \quad \sqrt{-x^2 - x} \rightarrow \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{x^2-1}} \rightarrow -\frac{1}{2} \quad \rightarrow -1, 0$

max $-\frac{1}{2}$

$x|x| - x > 0 \quad x(|x|-1) > 0$

$0 , -1 , 1 \rightarrow$ مرز

فقط اینها نقطه‌ی بحرانی هستند
زیرا در بقیه نقاط تعریف شده‌اند

$m=1 \quad n=1$

$k=5$

و min و max بنام جزو بحرانی هستند

$k=5 \quad m=1 \quad n=1$

$\dfrac{5+1}{5-1} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

1,5

۹

$\dfrac{m(-1+m)-2}{(x+m-1)^2}$

$m^2 - m < 2$

$m^2 - m - 2 < 0$

$(m-2)(m+1) < 0$

$m = (-1, 2)$ ①

$x > 1$

$x+m-1 = $ ریشه

$m < 0$

$x+m-1=0$

$m-1=-x$

$-m+1=x$

$-m+1>1 \Rightarrow -m>0 \Rightarrow m<0 \Rightarrow$ ②

1,75

① ∩ ② $= -1 < m < 0 \Rightarrow$ هدف مطلوب

$x \geq 0 \quad \dfrac{x}{1-x^2} \quad \dfrac{1(1-x^2) - 2x(x)}{(1-x^2)^2} \quad 1-3x^2 \quad x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}, \pm 1$

که همه‌ی اینها در نظر است

$x<0 \quad \dfrac{1(1+x^2)-2x(x)}{(1+x^2)^2} = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \rightarrow \pm 1 \rightarrow$ که فقط
-1 آن مرز است

۲

از آنجایی که ±۱ جزو دامنه نیستند از نقاط بحرانی حذف و فقط $\frac{1}{\sqrt{3}}$ نقطه بحرانی است

۴

$y' = 3x^2 + 2ax - 2b \rightarrow f'(0) = 0 \longrightarrow \boxed{b = 0}$

$\hookrightarrow f'(-2) = 0 \longrightarrow 12 - 4a = 0 \longrightarrow \boxed{a = +3}$

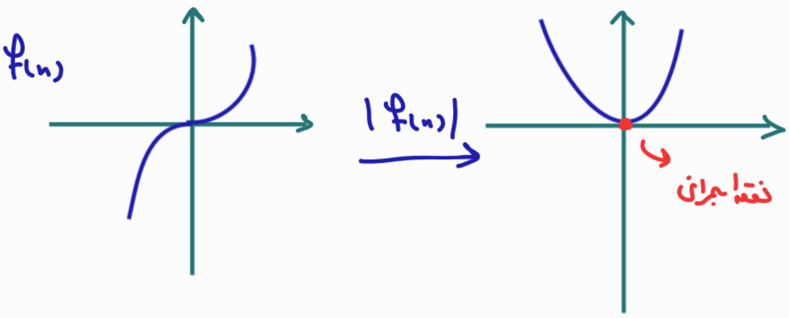
$y = x^3 + 3x^2 - 4 \rightarrow f(0) = -4$

$\hookrightarrow f(-2) = 0 \rightsquigarrow$ فاصله $= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$

۶

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x & x \leq 0 \end{cases} \longrightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x \geq 0 \\ -2x + 3 & x \leq 0 \end{cases}$$

$\boxed{f'_{+}(0) = f'_{-}(0) = 3}$



۷

$x \in [0, a] \rightarrow |x - a| = -(x - a) \rightsquigarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2(x - a)}$

$= -x^{\frac{5}{3}} + a(x^{\frac{2}{3}}) \rightsquigarrow f'(x) = -\frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3} a(x^{-\frac{1}{3}})$

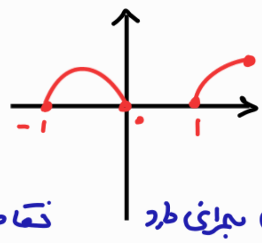
$-\frac{1}{3} x^{-\frac{1}{3}}(5x - 2a) \rightsquigarrow f'(0) \rightarrow x = 0$

$\hookrightarrow x = \frac{2a}{5}$ ✓ $\max \rightarrow f(\frac{2a}{5}) = 1.5$

$\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}} \left| \frac{2a}{5} - a \right| = \frac{3}{2} \rightsquigarrow a^3 \times \frac{4a^2}{25} = \frac{125}{8} \rightsquigarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \rightarrow \boxed{a = 2.5}$

۸

$$y = x|x| - x \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ -x^2 - x & x \leq 0 \end{cases} \rightsquigarrow$$ شکل تابع



مینیمم نسبی $(n = 0)$

نقاط max نسبی $(m = 1)$

شکل ۴ نقطه‌ی بحرانی دارد $(k = 4)$

$$\frac{km + n}{k - n} = \frac{4 + 0}{4} = 1$$

۹

$$f'(x)<0 \rightarrow m^2-m-2\leq 0 \rightarrow -1\leq m\leq 2\ ,\ m\neq 2 \rightsquigarrow \overset{1}{-1\leq m<2}$$

x (در ریشه‌ی مضاعف) $\rightarrow 1-m\leq 1 \rightarrow \overset{2}{m\geq 0}$

$1,2 \rightsquigarrow$ $\boxed{m=0 \text{ یا } 1}$