آوا امامی کیا - تکلیف 25

۲۰ آفرین خیلی عالی نوشتی!

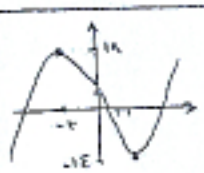
1. $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{1-\frac{a}{3}-1+\frac{a}{1}}{2} = \frac{a}{3}$ $\quad f'(x) = \frac{a}{x^2} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{a}{x^2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$ $\quad \begin{cases} x = -\sqrt{3} \times \\ x = \sqrt{3} \checkmark \end{cases}$ ۲

2. $2ax^2 - 5x + 18a = x \rightarrow 2ax^2 - 6x + 18a = 0 \xrightarrow{\Delta = 0} 36 - (2a)(18a)(4) = 0 \Rightarrow 144a^2 = 36 \Rightarrow a \begin{cases} \frac{1}{2} \times \\ -\frac{1}{2} \checkmark \end{cases}$ ۲

$a = \frac{1}{2} \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow$ ریشه > 0 قابل ق

3. $y' = 3x^2 - 12 \Rightarrow$ ریشه: $x = \pm 2$

		-2		2	
y'	$+$		$-$		$+$
	$\nearrow$	16	$\searrow$	-16	$\nearrow$



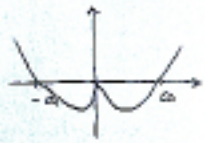
min نسبی $(2, -16)$ ۲

4. $x = 0$ نسبی $\rightarrow$ تغییر علامت $\Rightarrow$ مشتق $= 0$ $\quad y' = 3x^2 + 2ax - 2b$ $\quad x = 0 \rightarrow -2b = 0 \Rightarrow b = 0$

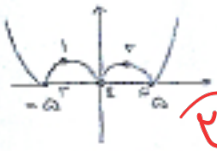
$x = 2 \rightarrow 12 + 4a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2$ ۲

$y = x^3 + 2x^2 - 4$ $\quad$ نسبی $(0, -4)$ $\quad$ نسبی $(-2, 0)$ $\Rightarrow$ فاصله: $\sqrt{(0-(-2))^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{20}$

5. $f(x) = |x|^2 - 5|x|$



$\Rightarrow y = |f(x)|$



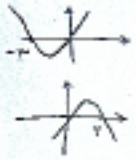
۲

$1, 2 \rightarrow$ max نسبی $\quad m = 2$

$3, 4, 5 \rightarrow$ min نسبی $\quad n = 3$

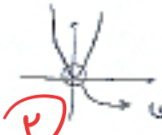
$\frac{n}{m} = 1.5$

6. $f(x) \begin{cases} x^2 + 3x & x > 0 \\ -x^2 + 3x & x < 0 \end{cases}$



$\Rightarrow$

$\Rightarrow y = |x|$



نقطه بحرانی چون مشتق ندارد ۲

7. $f(x) = \sqrt[3]{x^2}|x-a| \xrightarrow{x<a} -\sqrt[3]{x^2}(x-a) \Rightarrow y' = (\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}})(a-x) + (-1)(x^{\frac{2}{3}}) = 0$

$\frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}}(a-x) + (-1)(x^{\frac{2}{3}}) = 0 \rightarrow \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(\underbrace{2a - 2x - 3x}_{0}) = 0 \Rightarrow 2a = 5x \Rightarrow x = \frac{2a}{5}$

max نسبی $\Rightarrow f(\frac{2a}{5}) = \frac{3}{2} \rightarrow -\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}(\frac{2a}{5} - a) = \frac{3}{2} \Rightarrow a\sqrt[3]{\frac{4}{25}a^2} = \frac{3}{2}$ توان ۳ $\Rightarrow a^3 = \frac{27}{8} = \frac{125}{8} = \frac{2a}{5} \Rightarrow a = 2.5$ ۲

8. $\sqrt{x|x|-x} \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & ; x > 0 \\ \sqrt{-x^2-x} & ; x < 0 \end{cases} \Big\} D_f = [-1, 0] \cup [1, +\infty) \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x \geq 1 \\ \sqrt{-x^2-x} & -1 \leq x < 0 \end{cases}$

$\frac{4-0}{8-0} = 1$

$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x > 1 \\ \frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & -1 < x < 0 \end{cases}$ $\quad$ ریشه‌ها: $\frac{1}{2}, \cancel{0}, \cancel{1}$ $\quad$ ریشه‌ها: $-\frac{1}{2}, \cancel{0}, \cancel{-1}$

		-1		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		1	
$f'(x)$			$+$		$-$				$+$		
$f(x)$			$\nearrow$		$\searrow$				$\nearrow$		

۲

$k = 4$
$m = 1$
$n = 0$

9. نزولی $\rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow \frac{ad - bc}{\text{مخرج}^2} < 0 \rightarrow ad - bc < 0 \Rightarrow m(m-1) - 2 < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow -1 \leq m < 2$ $(m \neq 2)$ ①

مجانب قائم $\geq 1 \Rightarrow 1 \geq 1 - m \Rightarrow m \geq 0$ ② $\quad \frac{1 \cap 2}{m \in \mathbb{Z}}$ $m = 0, 1$ ۲

10. $f(x) \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \ (x \neq 1) \\ \frac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{(1-x^2) - (-2x)(x)}{(1-x^2)^2} & x \geq 0 \\ \frac{(1+x^2) - (2x)(x)}{(1+x^2)^2} & x < 0 \end{cases}$ ۲

صورت $= x^2 + 1$ $\Rightarrow$ ریشه حقیقی ندارد $\Rightarrow$ نقطه بحرانی ندارد

صورت $= 1 - x^2 = 0 \rightarrow x = -1$

نقطه بحرانی سه فقط یک نقطه بحرانی است.