نام و نام خانوادگی: آذرینا حمیدی — تکلیف شماره ۲ — کلاس: ۱۲B

۱۹/۲۵ آفرین

۱

$f(x)=1-\frac{a}{x}$

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{1-\frac{a}{3}-1+a}{3-1}=\frac{a}{3}$

$f'(x)=\frac{a}{x^2}=\frac{a}{3}\Rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{3}}$

$-\sqrt{3}=x$ در بازه‌ی [۱و۳] قرار ندارد
پس $x=\sqrt{3}$ تنها قابل قبول است!

۱/۷۵

۲

$y=2ax^2-5x+18a$
$y=x$

$\Rightarrow 2ax^2-6x+18a=0$

$\Delta=0 \Rightarrow 6^2-4(2a)(18a)=0$

$6^2=4(36)a^2\Rightarrow a=\pm\frac{1}{2}$ نامیزدم $\Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

۲

۳

$y=x^3-12x+2$

$\Rightarrow y'=3x^2-12$

x		-2		2	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	18	$\searrow$	-14	$\nearrow$

-14 نقطه مینیمم

تابع داده شده یک تابع پیوسته است و می‌دانیم در توابع پیوسته اکسترمم‌ها محل تغییر علامت مشتق تابع هستند بنابراین $x=\pm2$ اکسترمم‌های تابع هستند که با توجه به جدول تغییرات (۲و-۱۴) مینیمم نسبی تابع است

۲

۴

$y=x^3+ax^2-2bx-4$ $\quad (0,-2)$

$y'=3x^2+2ax-2b \xrightarrow{x=0} b=0$

$-2 \Rightarrow 12-4a=0\Rightarrow a=3$

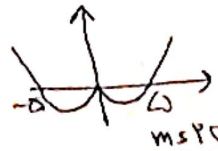
$\Rightarrow y=x^3+3x^2-4 \quad y(0)=-4$
$y(-2)=-8+12-4=0$

$AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

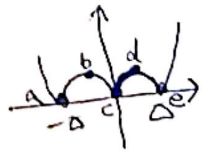
۲

۵

$f(x)=|x|^2-5|x|$



$y=|f(x)|$



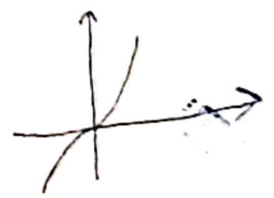
$b,d \Leftarrow$ ماکسیمم نسبی $\Leftarrow m=2$

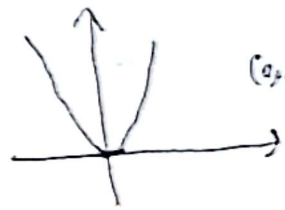
$a,c,e \Leftarrow$ مینیمم نسبی $\Leftarrow n=3$

$\boxed{\frac{n}{m}=\frac{3}{2}}$

۲

$f(x) = x|x| + ۳x$ $\qquad |f(x)|$





یک نقطه بحرانی $(۰,۰)$
(مینیمم مطلق)

۲ ۶

$f(x) = \sqrt[۳]{x^۲}\,|x-a|$ $\qquad [۰, a]$ $\qquad$ max مطلق $= ۱/۵$

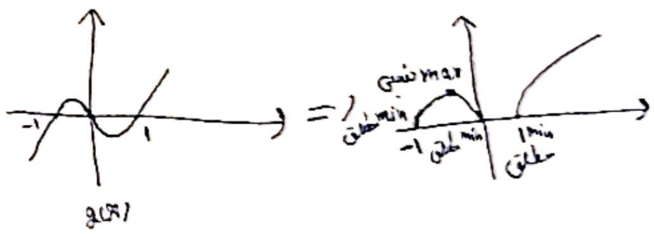
$\Rightarrow f(x) = -\sqrt[۳]{x^۲}(x-a) = -x^{\frac{۵}{۳}} - a x^{\frac{۲}{۳}}$

$\Rightarrow f'(x) = -\frac{۵}{۳} x^{\frac{۲}{۳}} - \frac{۲a}{۳} x^{-\frac{۱}{۳}} = -\frac{۱}{۳} x^{-\frac{۱}{۳}}(۵x - ۲a) = ۰$

$\Rightarrow x = \frac{۲a}{۵} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $\boxed{a = \frac{۱۵}{۴}}$

۱/۵ ۷

$f(x) = \sqrt{\underbrace{x|x| - x}_{g(x)}}$



$m = ۱$
$n = ۰$
$k = ۴$

$\frac{|m| + n}{k - n} = \frac{۴}{۴} = ۱$

۲ ۸

$g = \frac{mx + ۲}{x - ۱ + m}$ $\qquad (۱, +\infty)$

$g' = \frac{m^۲ - m - ۲}{(x + m - ۱)^۲}$ $\qquad + \;{-۱}\; - \;{۲}\; + \Rightarrow m \in [-۱, ۲]$ $\quad m \neq ۲$

~~[illegible]~~

$x + m - ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱ - m \leq ۱ \Rightarrow ۰ \leq m$

$\Rightarrow m = ۰, ۱$
دو مقدار

۲ ۹

$f(x) = \frac{x}{۱ - x|x|} = \begin{cases} \frac{x}{۱ - x^۲} & x \geq ۰ \\ \frac{x}{۱ + x^۲} & x < ۰ \end{cases}$ $\qquad f'(x) = \begin{cases} \frac{۱ - x^۲}{(۱ + x^۲)^۲} & x < ۰ \\ \frac{x^۲ + ۱}{(۱ - x^۲)^۲} & x > ۰ \end{cases}$

x	$-\infty$ -۱		۰		۱		$+\infty$
g'	$-$	$+$	|	$+$	~~$-$~~	$+$	
g	$\searrow -\frac{۱}{۲}$	$\nearrow$	۰	$\nearrow$		$\nearrow$	

یک نقطه بحرانی

۲ ۱۰

۷

$x \in [0, a] \to |x-a| = -(x-a) \rightsquigarrow f(x) = -\sqrt[3]{x^2}\,(x-a)$

$= -x^{\frac{5}{3}} + a(x^{\frac{2}{3}}) \rightsquigarrow f'(x) = -\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}a(x^{-\frac{1}{3}})$

$-\frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(5x - 2a) \rightsquigarrow f'(0) \to x = 0$

$\hookrightarrow x = \frac{2a}{5}$ ✓ max $\to f(\frac{2a}{5}) = 1.5$

$\sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}\left|\frac{2a}{5} - a\right| = \frac{3}{2} \rightsquigarrow a^3 \times \frac{4a^2}{25} = \frac{125}{8} \rightsquigarrow a^5 = \frac{5^5}{2^5} \to \boxed{a = 2.5}$