پارمیس نبی‌زاده . دوازدهم دختر B «تکلیف شماره ۲۵»

۱) $\frac{f(۳)-f(۱)}{۳-۱} = \frac{(۱-\frac{a}{۳})-(۱-a)}{۳-۱} = \frac{\frac{۲a}{۳}}{۲} = \frac{a}{۳}$

$f'(x) = (-ax^{-۱})' = \frac{a}{x^۲}$ $\quad \frac{a}{x^۲} = \frac{a}{۳}$ $\quad x = \pm\sqrt{۳}$

۲) $f'(A) = ۱ \rightarrow ۴aA - ۵ = ۱ \rightarrow aA = \frac{۶}{۴} = ۱/۵$

$A<۰$ $\quad f(A) = A \rightarrow ۲aA^۲ - ۵A + ۱۸a = A \rightarrow ۲aA^۲ - ۶A + ۱۸a = ۰$

$\xrightarrow{aA = ۱/۵} ۲A(۱/۵) - ۶A + ۱۸a = ۰$ $\quad ۳A = ۱۸a$

$A = ۶a \longrightarrow a(۶a) = ۶a^۲ = \frac{۳}{۲}$ $\quad a = \pm\frac{۱}{۲}$

$A<۰ \,,\, aA>۰ \Rightarrow a<۰$ $\quad a = -۰/۵$

۳) $f' = ۳x^۲ - ۱۲ = ۰$ $\quad x = \pm ۲$

	$-\infty$	-۲		۲	$+\infty$
y'	+	۰	−	۰	+
y	↗		↘		↗
		max		min	

$min \Rightarrow y = ۸ - ۲۴ + ۲ = -۱۴$

$min\,(۲, -۱۴)$

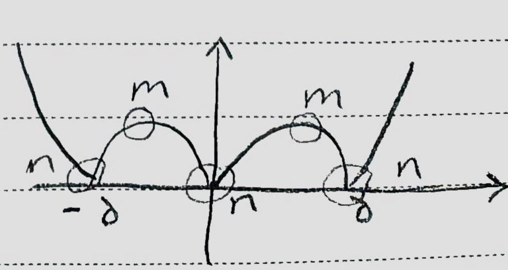
۴) $f' = ۳x^۲ + ۲ax - ۲b = ۰$ $\quad x = ۰ \,,\, -۲$

$f'(۰) = ۰ \Rightarrow b = ۰$ $\quad f'(-۲) = ۱۲ - ۴a = ۰$ $\quad a = ۳$

$f(۰) = -۴$ $\quad f(-۲) = -۸ + ۳(۴) - ۴ = ۰$

فاصله بین ext ها $= \sqrt{۴ + ۱۶} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$

۵) $y = |x^۲ - ۵|x||$



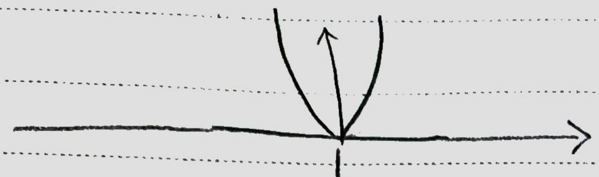
$m = ۲$ $\quad n = ۳$

$\frac{n}{m} = ۱/۵$

۶)

$y = \left| x|x| + 4x \right|$

$$\left| -x^2+4x \right| \;\overset{0}{|}\; \left| x^2+4x \right|$$



$x^2-4x \xrightarrow{\text{مشتق}} 2x-4$

$x^2+4x \xrightarrow{\text{مشتق}} 2x+4$

$f'_-(0) = -4$ ← نقطه $(0,0)$ بحرانی چون مشتق ناموجود $f'_+(0) = 4$

۷)

$[0,a] \xrightarrow{x-a<0} y = x^{\frac{2}{3}}(a-x) = ax^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$

$y' = \frac{2a}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3} = \frac{2a-5x}{3\sqrt[3]{x}}$ → $x = \frac{2a}{5}$ ، → $x = 0$

x		0		$0.4a$		a	
y'	▨		+		−		▨
y	▨	0	↗	max	↘	0	▨

$f(0.4a) = 1.5$

$f\left(\frac{2a}{5}\right) = \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}\left(\frac{+3a}{5}\right) = 1.5 \longrightarrow \sqrt[3]{\frac{4a^5}{25}} = 2.5$

$\xrightarrow{\text{توان ۳}} \frac{4a^5}{25} = \frac{125}{8}$ $a^5 = \frac{5^5}{2^5}$ $a = 2.5$

۸)

$x(|x|-1) \geq 0$

	-1		0		1	
−		+		−		+

$D_f = [-1,0] \cup [1,+\infty)$

$\underset{-1 \text{ و } 0}{\frac{\overset{-0.5}{-2x-1}}{2\sqrt{-x^2-x}}} \xleftarrow{\text{مشتق}} \sqrt{-x^2-x} \;\overset{0}{|}\; \sqrt{x^2-x} \xrightarrow{\text{مشتق}} \underset{0 \text{ و } 1}{\frac{\overset{0.5}{2x-1}}{2\sqrt{x^2-x}}}$

x		-1		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		1	
y'	▨		+		−		▨		▨		+
y	▨	0	↗	$\frac{1}{2}$	↘	0	▨		▨	0	↗

$k =$ نقاطی با طول $\{-1, -\frac{1}{2}, 0, 1\}$ $n = \varnothing$ $m =$ نقطه $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$$\frac{km+n}{k-n} = \frac{4(1)+0}{4-0} = 1$$

۹) $y' = \dfrac{m^2 - m - 2}{(x+m-1)^2} \leq 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) \leq 0$

$$\begin{array}{c|ccccc} & & -1 & & 2 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$m = [-1, +2]$

نقطه عطف تابع $\rightarrow x = 1 - m$ $\quad 1 - m \leq 1 \rightarrow m \geq 0$

$\cap \rightarrow m = [0, 2] - \{2\} = [0, 2)$ ۲ مقدار صحیح

۱۰) $D_f \Rightarrow 1 - x|x| \neq 0 \quad x \neq 1$

$x \geq 0$: $f = \dfrac{x}{1+x^2} \rightarrow f' = \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ $\quad -1$

$x < 0$: $f = \dfrac{x}{1-x^2} \quad f' = \dfrac{x^2+1}{(1-x^2)^2}$ $\quad +1$

x		-1		1	
y'	$-$	0	$+$	▨	$+$

تابع فقط در نقطه $x = -1$ بحرانی است